

Que nous apprennent les rallyes ?



Rallye d'Auvergne

Rallye mathématique 2011
15^e édition Auvergne

- CLASSE ENTIÈRE
- 6 SUJETS À TRAITER EN DEUX HEURES

6 mars 2012

**Epreuves interclasses
troisièmes et secondes**

Les consignes

- Les calculatrices sont autorisées.
- La solution de chacun des 4 problèmes communs et des 2 sujets correspondant au niveau de la classe sera rédigée sur une des feuilles jointes
- Chaque feuille portera :
 - le nom de la classe,
 - le nom de l'établissement,
 - le numéro du problème,
 - ainsi que l'effectif de la classe et des participants.
- Un des problèmes devra être illustré sur une affiche comportant le nom de la classe et de l'établissement.
- Le jury appréciera à la fois la qualité esthétique, l'originalité et la qualité des contenus mathématiques.
- Pour chaque problème, le jury évaluera :
 - l'exactitude de la (ou des) réponse(s) aux questions posées,
 - l'argumentation,
 - la présentation.



action : IREM, APMEP, IUUFM, IA-IPR de mathématiques et IEN-ET mathématiques - sciences.
orat.

Un exemple de problème

*Un batelier descend une rivière de 120 km. Il la remonte ensuite et met un jour de plus, car chaque jour, il fait 6 km de moins qu'en descendant.
Combien a-t-il mis de jours pour descendre ?*

Solution de l'auteur

Appelons N le nombre de jours mis par le batelier pour descendre la rivière.

Lorsqu'il remonte la rivière, sachant que chaque jour il fait 6 km de moins qu'en descendant, au bout de N jours, de remontée, il lui restera encore $6xN$ km à parcourir. Comme il met un jour de plus, il parcourra cette distance en un jour. En remontant, il parcourt ainsi $6xN$ km par jour et comme il met $N+1$ jours pour ce faire, nous avons :

$$6xN.(N+1) \text{ km} = 120 \text{ km}$$

ce qui après simplification par "6 km" donne : $N.(N+1) = 20$

Quel est l'entier qui multiplié par son successeur donne 20 ? C'est 4.

Réponse : $N= 4$ jours

Vérification : en descendant, le batelier fait 120 km/4j soit 30 km par jour. En remontant, il fait 120 km/5j soit 24 km par jour ce qui fait bien que chaque jour en remontant, il parcourt 6 km de moins qu'en descendant.

Analyse des productions d'élèves

Jours pour descendre la rivière	Jours pour remonter la rivière. 1 jour de plus que pour la descente	km par jours parcourus pour descendre la rivière	km par jours pour remonter la rivière. 6 km de moins par jour	La multiplication pour remonter la rivière avec 1 jours de plus
1 jour	2 jours	120 km	114 km	$2 \times 114 = 228 \text{ km}$
2 jours	3 jours	60 km	54 km	$3 \times 54 = 162 \text{ km}$
3 jours	4 jours	40 km	34 km	$4 \times 34 = 136 \text{ km}$
4 jours	5 jours	30 km	24 km	$5 \times 24 = 120 \text{ km}$

Solutions algébriques

- Mise en équations

- Ils expriment en fonction de x la distance parcourue quotidiennement à la descente et à la remontée et traduisent en équation la différence entre les deux:

"Descente : nombre de km/jour : $\frac{120}{x}$ "; remontée : nombre de km/jour : $\frac{120}{x+1}$

Equation du problème: $\frac{120}{x+1} = \frac{120}{x} - 6$ "

- Mises en équations sous forme de système consistant à écrire la distance du trajet sous deux formes correspondant, l'une à la descente et l'autre à la montée.

$$\begin{cases} 120 = xy \\ 120 = (x+1).(y-6) \end{cases}$$

Résolution des équations

- Résolutions:

$$x^2 + x - 20 = (x+5)(x-4)$$

ou encore :

$$x^2 + x - 20 = x^2 - 4x + 5x - 20 = (x-4)(x+5)$$

D'autres ont écrit :

$$x^2 + x - 20 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 20 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2$$

ou encore

$$x^2 + x - 20 = x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{80}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{81}{4}$$

Résolutions des équations

$$x^2+x-20=(x+5)(x-4)$$

ou encore :

$$x^2+x-20=x^2-4x+5x-20=(x-4)(x+5)$$

D'autres ont écrit :

$$x^2+x-20=(x+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}-20=(x+\frac{1}{2})^2-\frac{9}{2}^2$$

ou encore

$$x^2+x-20=x^2+x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}-\frac{80}{4}=(x+\frac{1}{2})^2-\frac{81}{4}$$

$$720=y^2-6y$$

Un groupe l'a résolue de la façon suivante en pensant à ajouter 9 aux deux membres de l'équation:

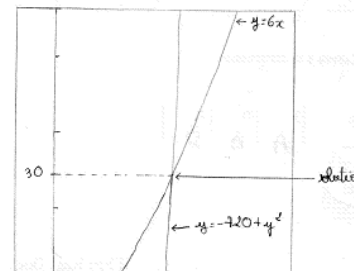
$$720+9=y^2-6y+9$$

$$729=(y-3)^2$$

$$\sqrt{729}=y-3$$

$$y=30$$

voici l'allure approximative de la courbe :



Nous déduisons que $y = 30$ mais nous le vérifions :

$$6 \times 30 = 180$$

$$\text{et } -720 + y^2 = 180$$

$$\text{Donc } y = 30.$$

Nous calculons x :

$$180 = x \times 30$$

$$x = 4.$$

La solution du système est donc $(4; 30)$.

Cela signifie que le batelier parcourra 30 kms par un jour pendant 4 jours pour faire ses 120 kms, à l'aller (en descendant).

Mais les données sont différentes pour le retour.

Solutions arithmétiques

- Un exemple

Jours pour descendre la rivière	Jours pour remonter la rivière. 1 jour de plus que pour la descente	km par jours parcourus pour descendre la rivière	km par jours pour remonter la rivière. 6 km de moins par jour	La multiplication pour remonter la rivière avec 1 jours de plus
1 jour	2 jours	120 km	114 km	$2 \times 114 = 228 \text{ km}$
2 jours	3 jours	60 km	54 km	$3 \times 54 = 162 \text{ km}$
3 jours	4 jours	40 km	34 km	$4 \times 34 = 136 \text{ km}$
4 jours	5 jours	30 km	24 km	$5 \times 24 = 120 \text{ km}$

Conclusion

- Contrairement aux résultats de PISA, les élèves français savent faire preuve d'initiatives, de surcroît souvent heureuses, puisque cela les conduit à une réponse exacte même si celle-ci n'est pas toujours complètement argumentée...
- Raisons à cela: **Le contrat de travail** en situation de rallye n'est pas le même qu'en situation didactique ordinaire.
- Une question : peut-on faire que ce type de contrat soit celui fonctionnant en classe ordinaire?