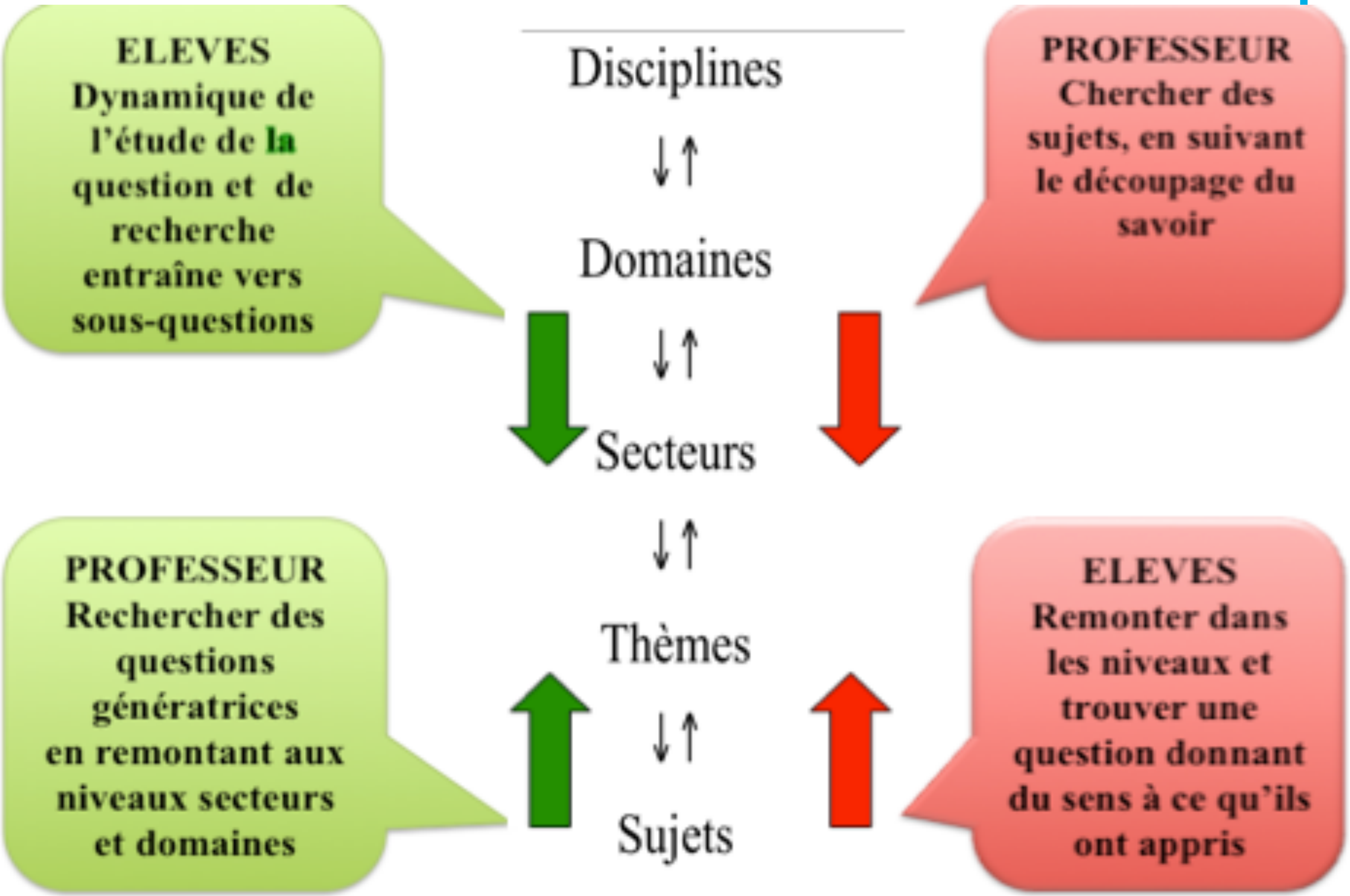
INSTITUT FRANÇAIS DE L'ÉDUCATION

Les Parcours d'Etude et de Recherche (PER) en mathématiques

Se former à un enseignement des mathématiques bâti sur une dynamique d'étude par l'investigation

ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE LYON

Les raisons et les conditions didactiques d'un enseignement sous forme de PER en mathématiques



Comment faire ? (1)

Motiver, à partir d'une question problématique dévolue aux élèves, l'étude d'un thème mathématique ou d'une partie d'un secteur ou d'un domaine mathématique : ***analyses mathématiques a priori*** et ***a posteriori***

Etudier les conditions de réalisation effective de telles activités et de tels parcours : ***analyses didactiques a priori*** et ***a posteriori***

Laisser du « jeu », sous contrôle théorique *a priori*, au professeur car toute relation didactique contient de l'imprévu

Laisser de la place pour les médias (professeur, manuels, livres, Internet, parents…)

Comment faire ? (2)

Partir des ***domaines*** du programme, sur ***un ou plusieurs niveaux***

Faire une analyse de son ***organisation mathématique*** (types de tâches & techniques, leurs justifications, théorèmes, définition, etc.)

Rechercher au moins une ou des ***grandes questions*** auxquelles répond ce domaine (le savoir réponse à des questions) ; recherche épistémologique et non pas seulement historique.

Y a-t-il une ou des questions mathématiques, ou y faisant appel, dont la recherche de la réponse ***pourrait générer le savoir*** à enseigner, ou une partie ?

Comment faire ? (2)

Partir des ***domaines*** du programme, sur ***un ou plusieurs niveaux***

Faire une analyse de son ***organisation mathématique*** (types de tâches & techniques, leurs justifications, théorèmes, définition, etc.)

Rechercher au moins une ou des ***grandes questions*** auxquelles répond ce domaine (le savoir réponse à des questions) ; recherche épistémologique et non pas seulement historique.

Y a-t-il une ou des questions mathématiques, ou y faisant appel, dont la recherche de la réponse ***pourrait générer le savoir*** à enseigner, ou une partie ?

Construction a priori d'un PER : Exemple : les relatifs (1)

Question : Que trouve-t-on dans les programmes sur cette « notion » ?

Réponse :

Connaissances 5e	Capacités 5e	Commentaires 5e
2.3. Nombres relatifs entiers et décimaux : sens et calculs Notion de nombre relatif. **Ordre.*	T_i - Utiliser la notion d'opposé. T_3 - **Ranger des nombres relatifs courants en écriture décimale.*	La notion de nombre relatif est introduite à partir d'un problème qui en montre la nécessité (par exemple pour rendre la soustraction toujours possible). T_4 Une relation est faite avec la possibilité de graduer entièrement la droite, T_5 puis de repérer le plan. Les nombres utilisés sont aussi bien entiers que décimaux.

Construction a priori d'un PER : Exemple : les relatifs (2)

Question : Qu'est-ce que cette notion au plan mathématique ?

Réponse : la symétrisation « classique » (de N)

Sur N, on a défini une opération interne + qui est associative, commutative et pour laquelle tout entier naturel n est régulier, c'est-à-dire : $x + n = y + n$ implique $x = y$. On considère sur N × N la relation R définie par $(x, y)\ R\ (x', y') \Leftrightarrow x + y' = x' + y$.

Sur N × N / R on définit une opération interne + de la manière suivante : $(x, y) + (x', y') = (x + x', y + y')$

On montre que (N × N / R ; +) est un groupe commutatif.

Construction a priori d’un PER : Exemple : les relatifs (3)

Question : Qu’est-ce que cette notion aux plans mathématique et épistémologique ?

Réponses :

- Les structures : groupes, anneaux, corps, extensions, ensembles de nombres
- L ’algèbre : les polynômes, les fractions rationnelles

Qu’est-ce que l’algèbre ?

Réponses épistémologiques :

- Une arithmétique généralisée
- Une modélisation de l’arithmétique

Construction a priori d'un PER : Exemple : les relatifs (4)

Questions :

1. Peut-on établir un lien entre entre réponses mathématiques et épistémologiques et la transposition didactique du programme actuel, les connaissances antérieures des élèves ?

2. Si l'algèbre modélise, étend l'arithmétique, c'est à l'aide de quoi ? De quel objet pouvant vivre pour les élèves, ayant du sens par rapport à leurs connaissances antérieures ?

Réponse : L'algèbre peut modéliser des programmes de calcul sur des nombres, construits à partir des quatre opérations, aussi bien pour construire de nouveaux nombres (relatifs, décimaux, rationnels, algébriques) que pour enseigner l'algèbre et une partie de l'analyse (sans les fonctions et nombres transcendants) du programme jusqu'en 1re.

Construction a priori d'un PER : Exemple : les relatifs (5)

Question : Ayant trouvé une raison d'être de la notion, comment la transposer pour ce qu'on doit enseigner ? Quelle vigilance épistémologique exercer ?

Réponse : Une définition provisoire : On appelle opérateur dans N la fonction de N dans N notée O(a, b) définie de la manière suivante : si $a \leq b$ alors O (a, b) (x) = $x + (b - a)$ et si $a > b$ alors O(a, b) (x) = $x - (a - b)$

On considère sur O la relation R définie par O(a, b) R O(c, d) $\Leftrightarrow$ quel que soit l'entier naturel x : O(a, b) (x) = O(c, d) (x), c'est-à-dire quel que soit x entier naturel pour lequel les calculs sont possibles dans N : $x + b - a = x + d - c$.

R est-elle d'équivalence ? La poursuite de la construction d'un groupe commutatif O × O / R est-elle possible ?

Construction a priori d'un PER : Exemple : les relatifs (6)

Question : Peut-on poser une question aux élèves qui ait du sens pour eux, dans laquelle ils puissent s'engager pour l'instruire, ou bien peut-on plutôt leur FAIRE RENCONTRER EN ACTE la question et donc leur dévoluer la responsabilité d'y apporter une ou des réponses ? La dynamique d'étude de cette question engendrera-t-elle des sous-questions assez larges, et suffisantes pour engendrer ce qui est à enseigner sur les nombres et l'algèbre, au sein d'une dynamique d'étude portée par les élèves et dirigée par le professeur (directeur d'étude) ?

Réponse : On fait rencontrer aux élèves dans un problème qui leur est connu, une tâche problématique puis des tâches du même type, grâce à la nécessité d'y répondre en jouant sur une variable didactique. Calculer mentalement O (a, b) $(x) = x + (b - a)$ quand $b < a$ et $b - a \geq x$, pour des « grands » nombres entiers.

Construction a priori d'un PER : Exemple : les relatifs (7)

Le PER commence par une Activité d'Etude et de Recherche

Activités d'étude et de recherche [AER]

1. Moment de la (première) rencontre avec le type de tâches ; ***quoi comment ?***

2. Moment de l'exploration du type de tâches et de l'émergence de la technique ; ***comment ?***

3. Moment de la construction du bloc technologico-théorique, ou encore du savoir qui justifie, produit et rend intelligible la technique ; ***comment ?***

Autres moments didactiques

4. Moment de l'institutionnalisation ; ***quoi et comment ?***

5. Moment du travail de l'organisation mathématique (et en particulier de la technique) ; ***sur quoi ?***

6. Moment de l'évaluation ; ***de quoi et sur quoi ?***

Vers un changement profond de la professionnalité enseignante

- Mener une enquête sur le savoir (mathématique, épistémologique, transpositive)
- S'instruire des outils indispensables fournis par la didactique des mathématiques (les étudier)
- Construire par un travail collectif un ensemble de ressources (ne pas croire que cela puisse se faire tout seul), tout en sachant qu'elles sont ÉVOLUTIVES, observer les passations
- Abandonner les points de vue extrêmes sur l'enseignement (le constructivisme et le magistère) et la position médiane (les « activités » de l'ostension déguisée) : c'est la recherche (l'enquête) qui commande la forme prise
- Apprendre à enseigner par la direction d'étude et de recherche (réticence didactique : ne donner les réponses que lorsque les élèves ont éprouvé leur nécessité et ne peuvent les trouver dans leur collectif de pensée et de travail)