

L'agrégation des organisations mathématiques

Se former à un enseignement des
mathématiques bâti sur une dynamique
d'étude par l'investigation

Un même élément technologique θ peut engendrer, justifier et rendre compréhensibles plusieurs techniques associées à des types de tâches. Exemple dans le programme de 3^e :

Configuration de Thalès.

- *Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux droite sécantes.*

- *Connaître et utiliser un énoncé réciproque.*

Agrandissement et réduction.

[Reprise du programme
de 4^e]

- Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et celles de la figure à obtenir.

$$\theta \Rightarrow \begin{cases} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{cases}$$

où τ_1 est la technique associée au type de tâches T_1 : « calculer des longueurs dans des triangles en situation de Thalès », τ_2 est la technique associée au type de tâches T_2 : « construire un segment de longueur $\frac{a}{b}$ fois la longueur d'un segment donné », et τ_3 la technique associée au type de tâches T_3 : « déterminer un coefficient d'agrandissement ou de réduction d'aire ou de volume ».

$(T_i, \tau_i ; \theta ; \Theta)$ s'appelle une organisation mathématique locale bâtie autour de l'élément technologique θ « théorème de Thalès » ; soit ce que l'on appelle **le thème du « théorème de Thalès »**.



INSTITUT
FRANÇAIS
DE L'ÉDUCATION

Organisations mathématiques régionales : programme de 1963

$$\Theta \Rightarrow \theta_1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \theta_2 \Rightarrow \theta_3 \Rightarrow \theta_4 \\ \theta_2 \Rightarrow \theta_5 \\ \theta_2 \Rightarrow \theta_7 \\ \theta_2 \Rightarrow \theta_8 \end{array} \right\} \Rightarrow \theta_6$$

$$\Theta \Rightarrow \theta' \Rightarrow \theta_9 \Rightarrow \theta_{10}$$

avec Θ : « théorème de Thalès », θ_1 : « triangles homothétiques par le sommet », θ_2 : « triangles semblables », θ_3 : « $AB^2 = BC \cdot BH$ dans ABC rectangle en A », θ_4 : « théorème de Pythagore », θ_5 : « rapports trigonométriques d'un angle aigu », θ_6 : « $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$ », θ_7 : « puissance d'un point par rapport à un cercle », θ_8 : « rapports des aires de deux triangles semblables », θ' : « points homologues sur deux sécantes », θ_9 : « $y = ax$ est une droite », θ_{10} : « $y = ax + b$ est une droite »



INSTITUT
FRANÇAIS
DE L'ÉDUCATION

Organisations mathématiques régionales... suite, et au-delà

Les organisations mathématiques ainsi obtenues peuvent s'agréger de nouveau sous la forme $(T_{ij}; \tau_{ij}; \theta_j; \Theta)$ où les θ_j représentent différentes propriétés ou théorèmes qui nourrissent des types de tâches et leurs techniques. Une telle organisation mathématique est dite ***régionale***, et associée à un ***secteur***.

Encore un niveau et l'on aboutit à une organisation mathématique ***globale***, associée à un ***domaine*** des mathématiques (par ex. : la géométrie) : $(T_{ijk}; \tau_{ijk}; \theta_{jk}; \Theta_k)$

Organisations mathématiques: récapitulatif

Organisation ponctuelle : $(T, \tau; \theta; \Theta)$ sujet

Organisation locale : $(T_i, \tau_i; \theta; \Theta)$ thème (chapitre)

Organisation régionale : $(T_{ij}, \tau_{ij}; \theta_j; \Theta)$ secteur

Organisation globale : $(T_{ijk}, \tau_{ijk}; \theta_{jk}; \Theta_k)$ domaine

Un exemple de lecture d'un programme (2002) :

| | Classe de sixième | Classe de cinquième | Classe de quatrième | Classe de troisième |
|-----------------------------|--|---|--|--|
| Calcul littéral | Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule. | Égalités $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$. Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables. | Développement d'expressions. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. Équations du premier degré à une inconnue. | Factorisations (identités). Problèmes se ramenant au premier degré. Inéquations. Système de deux équations du premier degré à deux inconnues. |
| Fonctions numériques | Application d'un taux de pourcentage. Changements d'unités de longueur, d'aire. Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité. | Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. Changements d'unités de temps et de volume. Coefficient de proportionnalité. | Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes. Applications de la proportionnalité. | Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes. Problèmes de changements d'unités pour des grandeurs composées. Fonctions linéaires et affines. |