

# Se former à un enseignement des mathématiques bâti sur une dynamique d'étude par l'investigation 9 au 12 janvier 2012

Yves Matheron ; Annie Noirfalise ; Robert  
Noirfalise ; Serge Quilio  
Denise Grenier, Francis Loret

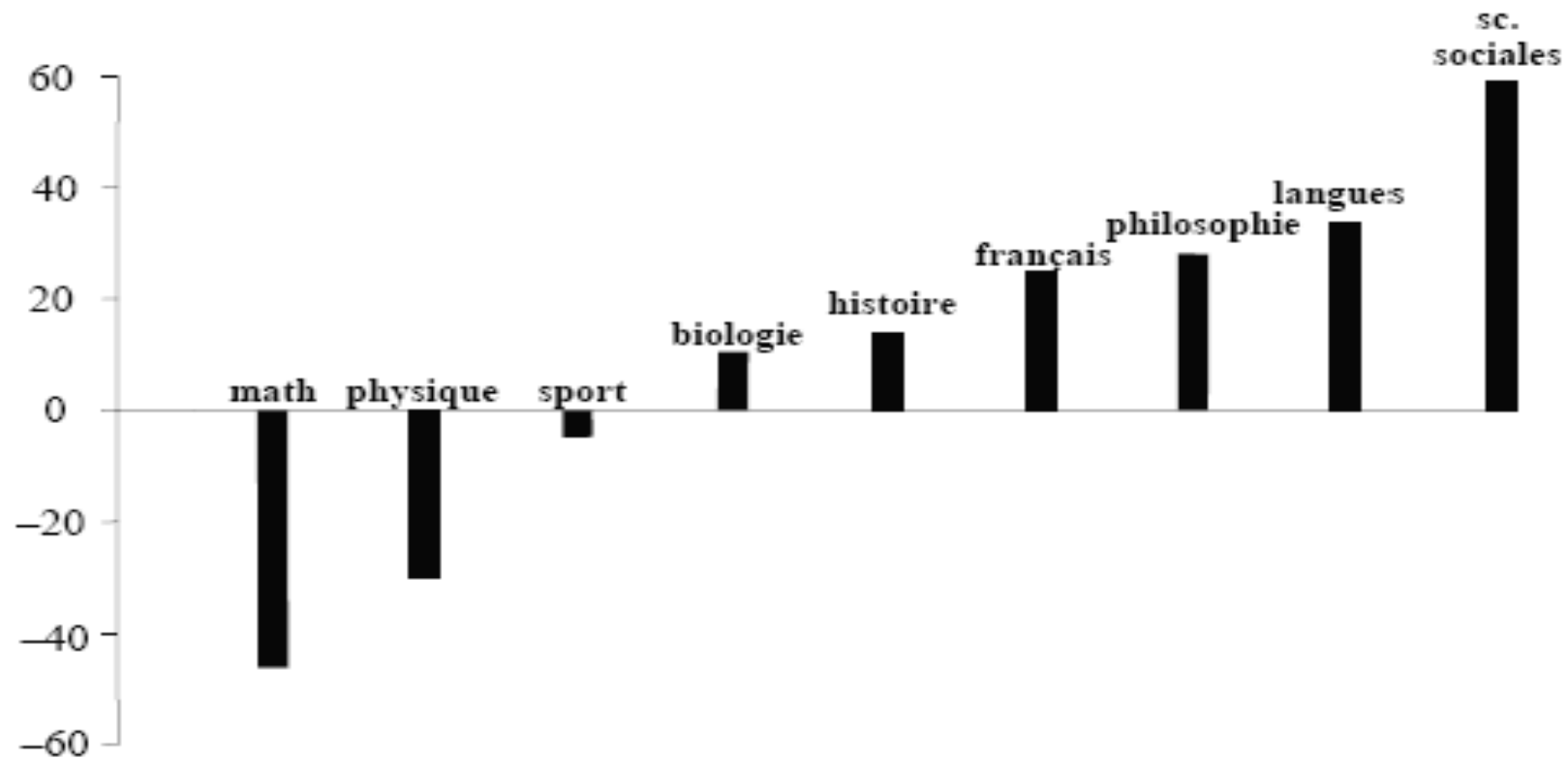
# Quelques indicateurs sur le rapport des élèves aux mathématiques, en France... et ailleurs ; et quelques explications

Se former à un enseignement des  
mathématiques bâti sur une dynamique  
d'étude par l'investigation

## Plan

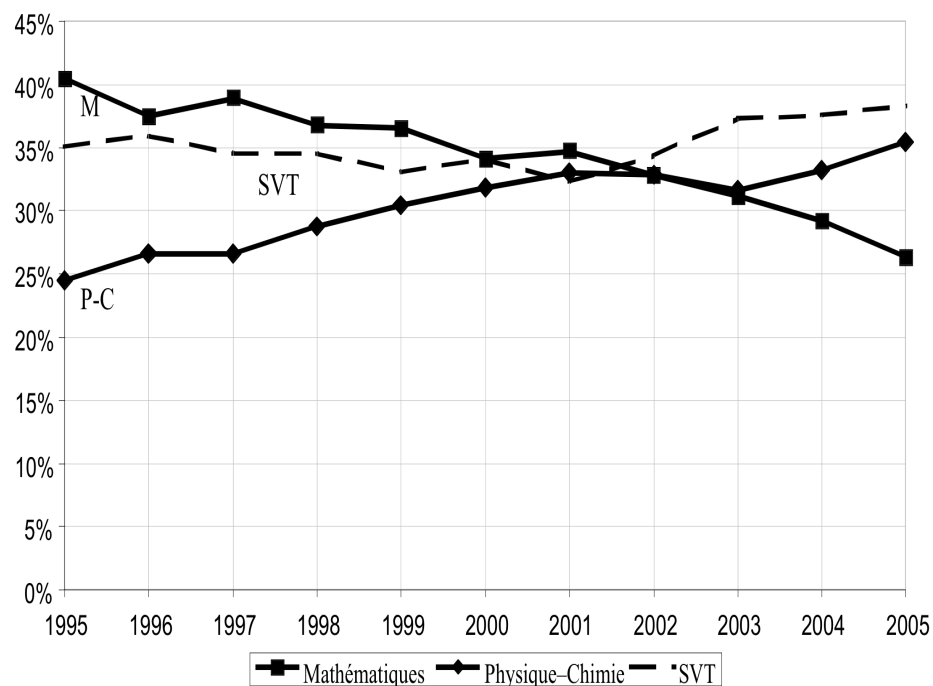
- I. Quelques indicateurs quantitatifs et qualitatifs sur l'état de l'enseignement des mathématiques, en France... et ailleurs
- II. Quelques-unes des explications avancées par divers rapports et enquêtes
- III. Des explications d'ordre didactique
- IV. Un cadre pour des propositions

## I. Différence entre les citations positives et les citations négatives dans l'enseignement général et technologique (en %) (Establet et al., 2005)

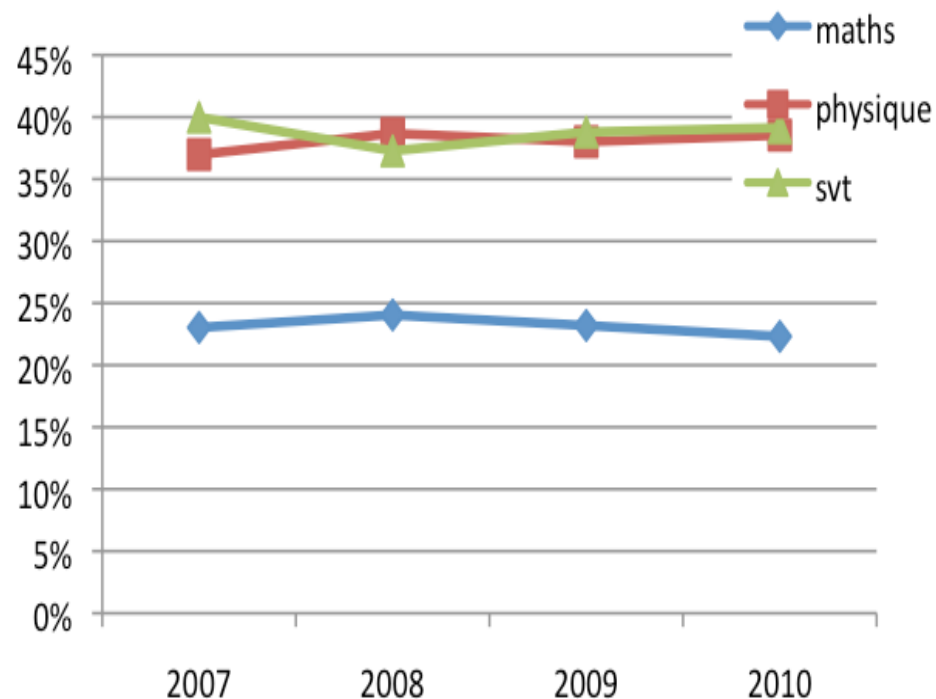


# I. Evolution du choix de la spécialité au Bac S (source MEN-DEPP)

## 1995 à 2005



## 2007 à 2010



## I. PISA (2009)

Mathématiques		
1.		Shanghai, Chine 600
2.		Singapour 562
3.		Hong Kong, Chine 555
4.		Corée du Sud 546
5.		République de Chine (Taïwan) 543
6.		Finlande 541
7.		Liechtenstein 536
8.		Suisse 534
9.		Japon 529
10.		Canada 527
11.		Pays-Bas 526
12.		Macao, Chine 525
13.		Nouvelle-Zélande 519
14.		Belgique 515
15.		Australie 514
16.		Allemagne 513
17.		Estonie 512
18.		Islande 507
19.		Danemark 503
20.		Slovénie 501
21.		Norvège 498
22.		France 497
23.		Slovaquie 497
24.		Autriche 496
25.		Pologne 495
26.		Suède 494
27.		République tchèque 493
28.		Royaume-Uni 492
29.		Hongrie 490
30.		États-Unis 487
:		
65.		Kirghizistan 331

## I. Rapport dit « Rocard » pour la commission européenne (2007)

« Ces dernières années, de nombreuses études ont mis en évidence un déclin inquiétant de l'intérêt des jeunes pour les études scientifiques et mathématiques. Malgré les nombreux projets et programmes d'action mis en œuvre pour inverser cette tendance, les signes d'amélioration demeurent modestes. Si des mesures plus efficaces ne sont pas adoptées, la capacité d'innovation à long terme de l'Europe, ainsi que la qualité de sa recherche, sont également appelées à décliner. [...] Puisqu'il apparaît que l'origine du déclin d'intérêt pour les études scientifiques réside en grande partie dans la façon dont les sciences sont enseignées dans les écoles, l'accent sera mis sur les méthodes d'enseignement. »

## I. Rapport dit « Rocard » pour la commission européenne (2007) Analyse du contexte

### Observation 1

Une grave menace pour l'avenir de l'Europe : l'enseignement des sciences est loin d'attirer les foules et, dans de nombreux pays, la tendance semble empirer.

### Observation 3

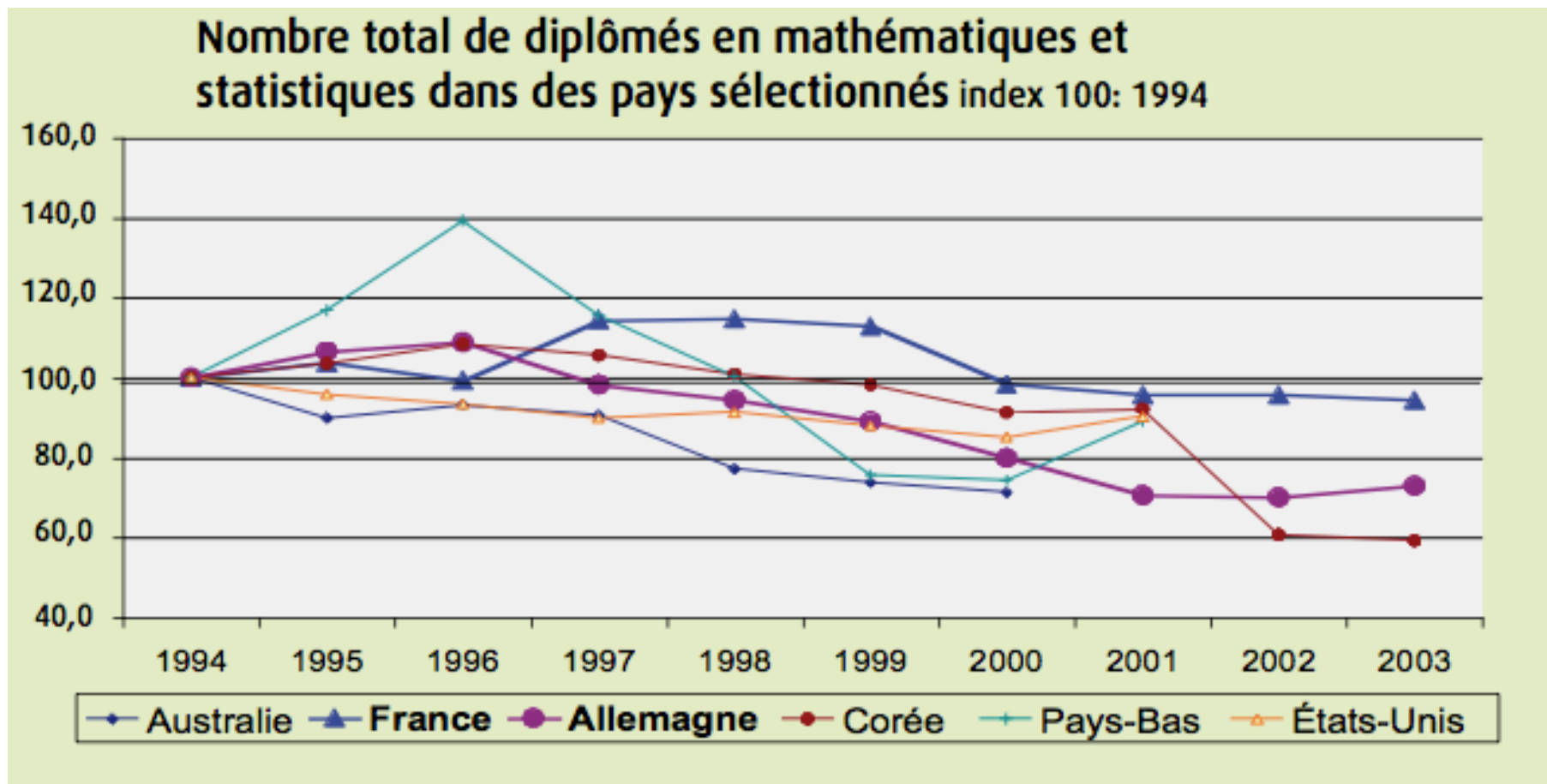
Cette situation trouve ses origines, entre autres raisons, dans la façon dont la science est enseignée.

### Observation 4

De nombreuses initiatives en cours en Europe contribuent activement au renouveau de l'enseignement des sciences. Néanmoins, elles sont souvent mises en œuvre à petite échelle et ne tirent pas le meilleur parti possible des mesures européennes en faveur de la dissémination et de l'intégration.

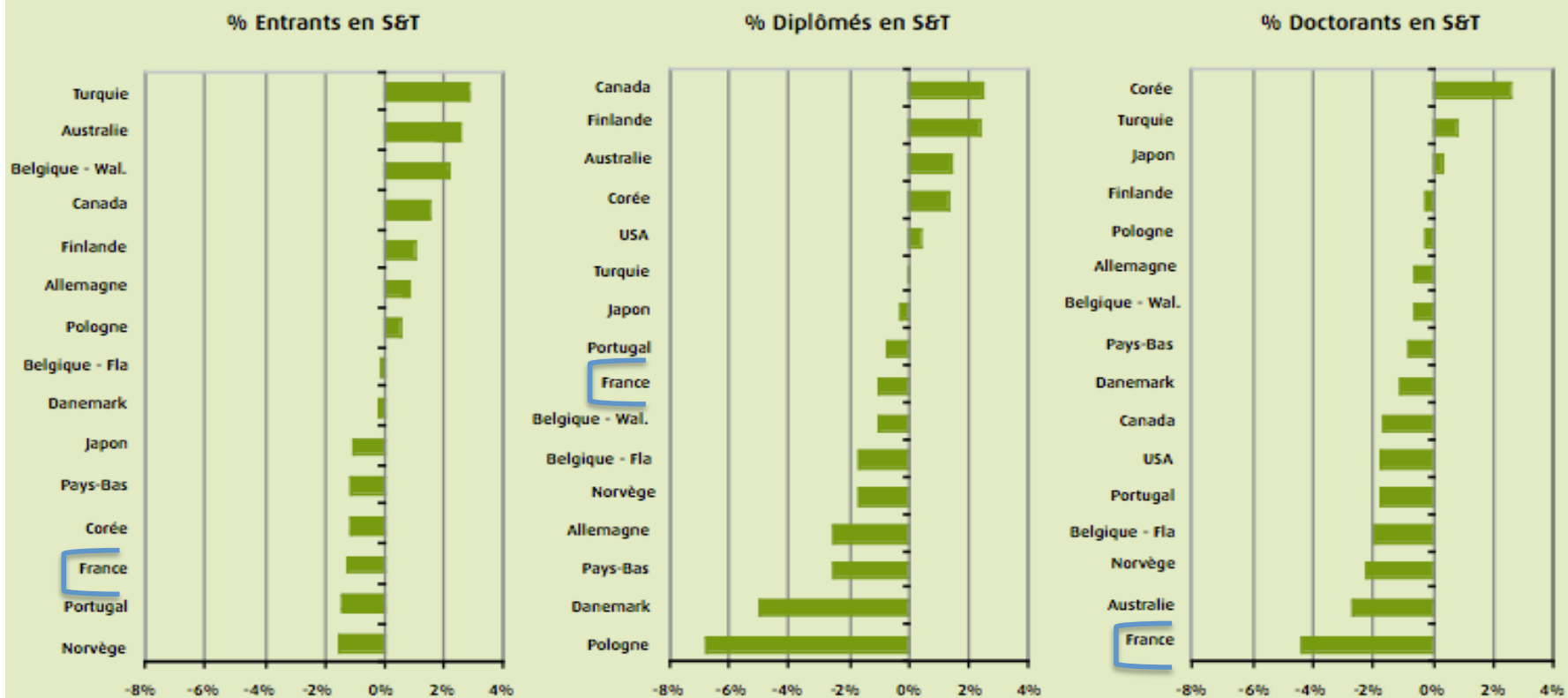


## I. Rapport dit « Rocard » pour la commission européenne (2007) Analyse du contexte (données quantitatives 1)



## I. Rapport dit « Rocard » pour la commission européenne (2007) Analyse du contexte (données quantitatives 2)

Chiffres sur l'évolution de l'intérêt des étudiants pour les études de science et de technologie  
– Rapport sur les politiques, Forum mondial de la science, OCDE, mai 2006



Changement annuel moyen dans la part des étudiants en S&T par rapport au pourcentage du nombre total d'étudiants.

## I. Rapport dit « Rocard » pour la commission européenne (2007)

### Conclusions & Recommandations

#### Conclusion 1

Le passage de méthodes essentiellement déductives à des méthodes basées sur l'investigation est le meilleur moyen d'accroître l'intérêt pour les sciences.

#### Recommandation 2

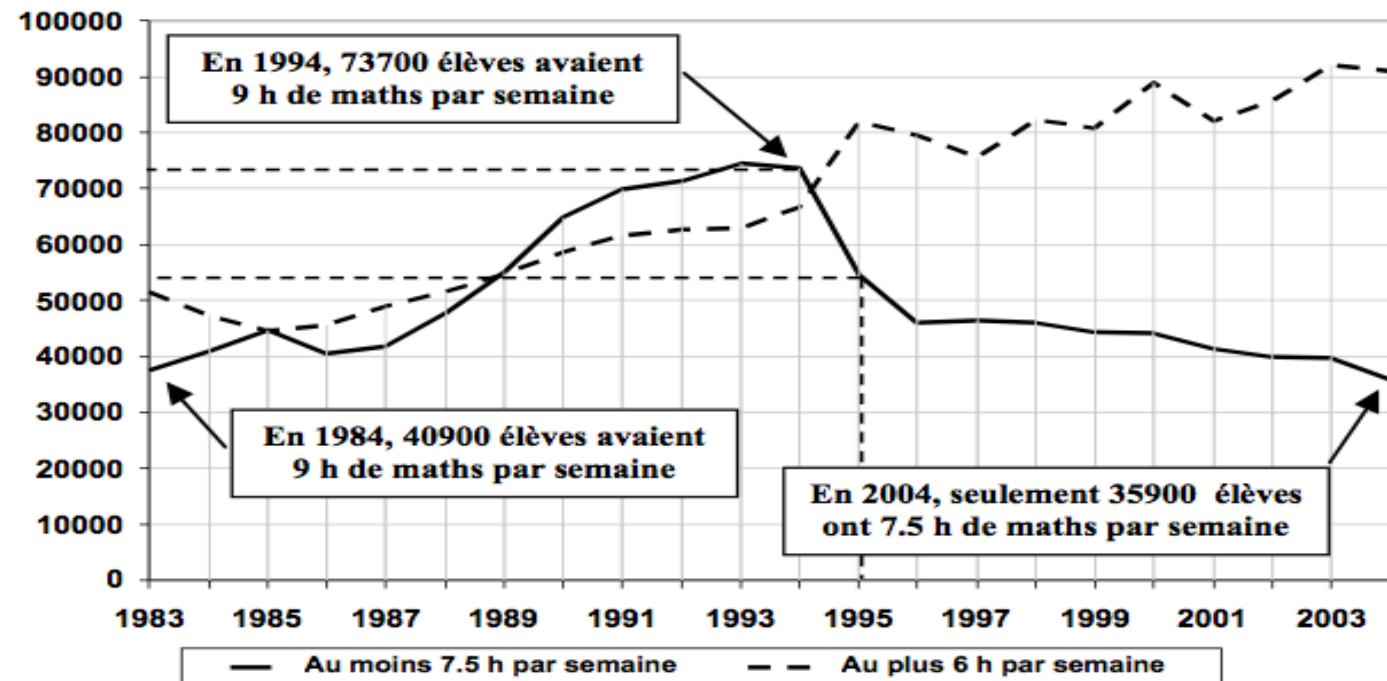
Les améliorations en matière d'enseignement scientifique doivent être le fruit de nouvelles formes de pédagogie. L'introduction des approches basées sur l'investigation dans les écoles, ainsi que le développement de réseaux de professeurs, devront être activement promus et encouragés

## II. Quelques explications (1)

### Rapport Rocard Observation 3

Cette situation trouve ses origines, entre autres raisons, dans la façon dont la science est enseignée.

### Nombre d'heures de mathématiques en terminale scientifique (D. Duverney)





## II. Quelques explications (2)

### Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base (UNESCO, 2011)

L'enseignement des mathématiques dans la scolarité de base est trop souvent encore un enseignement ***peu stimulant*** :

- conçu comme un enseignement ***formel***, centré sur l'apprentissage de ***techniques*** et la ***mémorisation de règles*** dont ***la raison d'être*** ne s'impose pas aux élèves ;
- dans lequel les objets mathématiques sont introduits ***sans que l'on sache à quels besoins ils répondent***, ni comment ils ***s'articulent*** avec ceux préexistants ;
- dans lequel les liens avec le monde réel sont faibles, généralement ***trop artificiels*** pour être convaincants, et les applications ***stéréotypées*** ;
- dans lequel les pratiques ***expérimentales***, les activités de ***modélisation*** sont rares ;
- dans lequel une utilisation pertinente de la ***technologie*** reste encore relativement rare ;
- où les élèves ont ***peu d'autonomie*** dans leur travail mathématique et sont très souvent cantonnés dans des ***tâches de reproduction***.



## II. Quelques explications (3)

### Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base (UNESCO, 2011)

Pourtant, de nombreuses études montrent aussi que, lorsque les enseignants essaient de modifier leurs pratiques pour les mettre en accord avec ce discours socioconstructiviste dominant, proposant par exemple aux élèves des problèmes plus ouverts censés induire de leur part une **démarche d'investigation**, les résultats ne sont **pas nécessairement satisfaisants**.

Ce qui est alors souvent observé, c'est une activité des élèves qui, même lorsqu'elle est convenablement ciblée et raisonnablement productive sur le plan mathématique – ce qui n'est pas nécessairement le cas –, est **difficilement exploitée par l'enseignant s'il n'y est pas spécifiquement formé**. Le partage des responsabilités mathématiques entre enseignants et élèves que sous-entend cette vision de l'apprentissage est en fait loin d'aller de soi.

### III. Références épistémologiques

« Avant tout, il faut savoir poser des problèmes. Et quoi qu'on dise, dans la vie scientifique, les problèmes ne se posent pas d'eux-mêmes. C'est précisément ce sens du problème qui donne la marque du véritable esprit scientifique. ***Pour un esprit scientifique, toute connaissance est réponse à une question. S'il n'y a pas eu de question, il ne peut y avoir connaissance scientifique. Rien ne va de soi. Rien n'est donné. Tout est construit.*** »

Gaston Bachelard, *La formation de l'esprit scientifique*, 1938

### III. Extension

« J'appelle **œuvre toute production humaine O permettant d'apporter réponse à un ou des types de questions Q**, questions « théoriques » ou « pratiques », qui sont les raisons d'être de l'œuvre – et cela sans considération de la “ taille ” de l'œuvre [...] » « [...] la société se constitue par une accumulation plus ou moins ordonnée d'œuvres, qui donnent chacune des éléments de réponse à quelques questions plus ou moins vitales. [...]

... la plupart des œuvres sont des œuvres anonymes, et des œuvres ouvertes, fruit de l'action d'un collectif innombrable, recrutant dans la suite des générations. »

Yves Chevallard *La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique*, 1995



### III. L'école, schéma général (1)

Certaines œuvres, ou partie d'œuvres, deviennent parfois, **objets de savoir**, parce que des institutions considèrent « qu'il est bon de les savoir » : grammaire, code de procédure pénale, football, algèbre, génie électrique, médecine, arpentage, etc.

La société ou des institutions décident des **objets de savoir** sur lesquels les nouvelles générations doivent être instruites car :

- elles devront répondre aux **questions anciennes** qui continueront de se poser,
- ces objets de savoir sont susceptibles de fournir des **outils pour bâtir des réponses** à des questions nouvelles, inédites (de nouveaux savoirs).

### III. L'école, schéma général (2)

Pour réaliser ce projet, la société crée une institution organisant la mise en contact avec des œuvres, ensembles organisés et fluctuants de réponses à une ou des questions et qui constituent des **disciplines scolaires**.

Des objets de savoir à enseigner ayant été choisis, s'opère un travail de **transposition didactique** afin de les rendre enseignables ; l'ensemble est consigné dans **un programme  $P$** . Se constituent des systèmes didactiques  $(E, e, P)$ , au sein desquels se posent deux grandes questions :

1. Que peut ou doit faire  $e$  pour étudier  $P$  ?
2. Que peut faire  $E$  pour diriger et faciliter l'étude de  $P$  par  $e$  ?

### III. Ce que peut faire *E* pour diriger et faciliter l'étude de *P* par *e* et les conséquences sur le rapport à la question

Etymologie d'enseigner : 1050 « faire connaître par un signe, une indication » du lat. vulg. *insignare*, class. *insignire* « signaler, désigner »

**L'ostension directe et assumée** : « L'ostension est la donnée par l'enseignant de tous les éléments et relations constitutifs de la notion visée » (H. Ratsimba-Rajhon, 1977) - le cours magistral

**L'ostension déguisée** : fiction que l'élève produit le savoir par son « activité » - la plupart des activités des manuels scolaires (Berthelot & Salin, 1992)

*La responsabilité de produire la réponse incombe au professeur*

***Où est passée la question dont le savoir constitue un élément de réponse ?***

### III. Un exemple d'ostension déguisée : activité trouvée dans un manuel de 5<sup>e</sup>

Acte 2 : Du triangle au cercle

1. Marquer trois points L, M et N non alignés. Tracer les droites D et  $\Delta$ , médiatrices respectives des segments [LM] et [MN] : soit A leur point d'intersection.

2. Recopier, compléter et justifier :

a. A est sur la ... du segment [...], donc  $LA=MA$ .

donc  $LA=NA$

A est sur la ... du segment [...], donc  $MA=NA$

b. Le... A est donc aussi sur la ... du ... [LN]

c. Le cercle de centre A et passant par M passe aussi par... et

...

#### Commentaire

Les médiatrices des trois côtés d'un triangle passent par un même point ; on dit qu'elles sont concourantes en ce point.

### III. Ce que pourrait faire *E* pour diriger et faciliter l'étude de *P* par *e* en tenant compte de la question

« Si l'on accepte que l'apprentissage est une modification de la connaissance que l'élève doit produire lui-même et que le maître doit seulement provoquer, on est conduit à faire les raisonnements suivants. [...] Le travail du professeur consiste donc à proposer à l'élève une situation d'apprentissage afin que ***l'élève produise ses connaissances comme réponse personnelle à une question*** et les fasse fonctionner ou les modifie comme réponses aux exigences du milieu et non à un désir du maître. »

Guy Brousseau, *Théorie des situations didactiques*, 1998



### III. Récapitulatif

*Ostension* directe (cours magistral) ou déguisée (activités des manuels)



*La responsabilité de produire la réponse incombe au professeur, qu'est devenue la question ?*

Un enseignement par la recherche (rare, ingénierie didactique et de développement)



*La responsabilité de faire rencontrer la question par les élèves et de leur faire produire la réponse incombe au professeur*

### III. Une analyse didactique des TPE en tant que démarche d'investigation (1)

Les thèmes et sous-thèmes fournissent des *repères culturels*, et ne constituent *pas un programme* scolaire disciplinaire (même s'ils s'articulent aux programmes existants). Il n'y a donc *pas de transposition didactique* possible *a priori*.

Le schéma  $(e, E, P)$  devient  $(e, E, Q)$ .

L'unité sociale de la classe tend à disparaître, au profit de la constitution de groupes *d'étude* (binômes ou trinômes). Le professeur devient le garant de l'organisation du groupe, afin que la mobilisation du *potentiel de ressources collectives* qu'il constitue soit utilisé au profit des réalisations **individuelles**

### III. Une analyse didactique des TPE en tant que démarche d'investigation (2)

Le professeur devient **directeur d'étude de la question**. Il n'a plus **la responsabilité** de la construction de la réponse, mais celle de **l'organisation des conditions pour la production d'une réponse possible**, peut-être non encore advenue dans des « œuvres », mais à construire à partir d'œuvres, souvent multiples (sortie du champ disciplinaire).

Il n'est plus **concepteur d'une activité** ; au mieux il est **organisateur des conditions** pour l'émergence d'une **activité de recherche** et donc **d'étude**, dont... il ne connaît souvent pas le contenu à venir !



### III. Les obstacles rencontrés dans la gestion enseignante de la forme didactique propre à une enquête au sens large

**Culturel** : les organisations de savoir apparaissent généralement toutes faites dans la société, et non comme des réponses à des questions  $\Rightarrow$  « oubli » des questions et enseignement d'objets de savoir en ne percevant pas leur statut de réponses

**Professionnel** : problématiser un objet de savoir pour l'enseigner, et non plus le décomposer en éléments simples, est généralement étranger à la pratique enseignante courante

**Conceptuel** : s'engager dans des gestes inhabituels car étrangers à l'enseignement d'un programme disciplinaire : enquêter hors de son cadre disciplinaire ou sur l'épistémologie de sa discipline, diriger une recherche et non plus enseigner, gérer l'imprévu, etc.

**De légitimité** : didactique et épistémologique  $\Rightarrow$  fuite, dénigrement

### III. Les contraintes structurelles à l'encontre d'une démarche d'investigation (1)

#### ***La tyrannie de l'heure...***

Un problème posé en classe « devrait » être résolu dans les minutes qui suivent... **Car** la plage horaire d'une heure (50 à 55 min en fait) devrait intégrer :

- le problème et sa solution (appelés « activité »)
- l'institutionnalisation de la solution (appelé « cours »)
- la donnée d'exercices (appelée « applications » ou « entraînement »)

#### ***... et ce qui en résulte !***

- les problèmes posés sont clos (questions enchaînées), sans ouverture sur d'autres questions, ni sur ce qui les motive ou les génère
- le travail des élèves est étroitement balisé, l'inattendu risquant de faire « déborder » de l'heure
- l'enseignement ne peut guère aller plus loin que celui du thème (le chapitre) clos lorsque le capital horaire est épuisé ; l'enseignement du thème est réalisé par l'agrégation de quelques sujets traités en autant d'heures de classe
- les thèmes sont enseignés par blocs plutôt étanches ; faire des liens est laissé à la charge des élèves

### III. Les contraintes structurelles à l'encontre d'une démarche d'investigation (2)

***Le poids d'un certain « constructivisme » : les élèves « aux mains nues »...***

Un problème leur étant posé, les élèves (quand ce n'est pas *l'individu-élève*) « doivent » tenter de le résoudre seuls et uniquement avec leurs connaissances antérieures.

***... et ce qui en résulte !***

- limitation forte des moyens d'étude : pas de médias autres que le professeur (pas de recours au manuel de la classe, de recherche documentaire, de recherche sur Internet, etc.)
- des problèmes posés sans grande ouverture car pas d'autorisation d'enquête

### III. Les contraintes structurelles à l'encontre d'une démarche d'investigation (3)

#### ***Conséquences des pratiques enseignantes dominantes***

- Du point de vue de l'élève, une clause du contrat devient une injonction implicite d'attendre docilement que le professeur indique le type d'exercices qu'il devra savoir résoudre (peu d'autonomie didactique)

#### ***Car :***

- pas de véritable dynamique d'étude de questions
- les mathématiques apparaissent comme un ensemble d'activités « gratuites »
- des formes d'étude très contraintes (apprendre le cours et apprendre à faire des exercices)

## IV. Que faire ? Un cadre pour des propositions (1)

Motiver, **à partir d'une question problématique dévolue** aux élèves, l'étude d'un sujet ou d'un thème mathématique, ou l'étude d'une partie d'un secteur ou d'un domaine mathématique

Etudier les conditions de réalisation effective de telles propositions d'enseignement : **analyses mathématiques** et **didactiques a priori** et **a posteriori**  $\Rightarrow$  des collectifs construisant des ressources, les faisant passer en classe, les observant

**Laisser du « jeu »**, sous contrôle théorique **a priori**, au professeur  $\Rightarrow$  des **professeurs formés**, capables d'analyser les propositions construites à partir des outils théoriques et de tenir compte de l'imprévu sans pour autant faire dévier l'objectif assigné

## IV. Que faire ? Un cadre pour des propositions (2)

### *S'engager dans un autre rapport au métier d'enseignant*

- Oser **déconstruire, interroger** ses propres connaissances mathématiques, ne plus les considérer comme naturelles
- Oser **mener une enquête**, questionner le savoir que l'on a à enseigner aux plans épistémologique et didactique et rechercher des éléments de réponse
- **Prendre en compte la distance** entre savoir savant et savoir (didactiquement) transposé
- **Investir le « jeu »** autorisé par le programme
- Varier ses **ressources** (pas seulement les manuels), interroger et analyser les présupposés qui fondent celles que l'on trouve ; ce qui suppose des connaissances théoriques sur les mathématiques et sur leur didactique
- Travailler en **équipes**, mobiliser **d'importants moyens, diffuser des ressources**

## IV. Que faire ? Un cadre pour des propositions (3)

- Pour lutter contre la perte de sens de l'enseignement des mathématiques, **dévoluer aux élèves la recherche** de réponses à des **questions d'assez grande ampleur** (ce qui suppose que l'on ait au préalable mené une **enquête sur les raisons d'être** de tel ou tel concept mathématique, et qu'on sache transposer la (les) question(s) qui le motive(ent)) ; ne plus morceler le savoir
- Savoir mener une analyse *a priori* à propos **ce qui a de fortes chances d'advenir** du point de vue des tentatives de réponse des élèves, une fois la question posée
- Accepter que la recherche ne débouche exclusivement que sur la **production de mathématiques** et que sur celles **du programme** ; c'est-à-dire arrêter la recherche lorsqu'elle en déborde, quitte à reprendre cette question et sa recherche à plusieurs reprises au long du cursus scolaire