

Plan

- Algorithmes & mathématiques
- Algorithmes & images
- Algorithmes

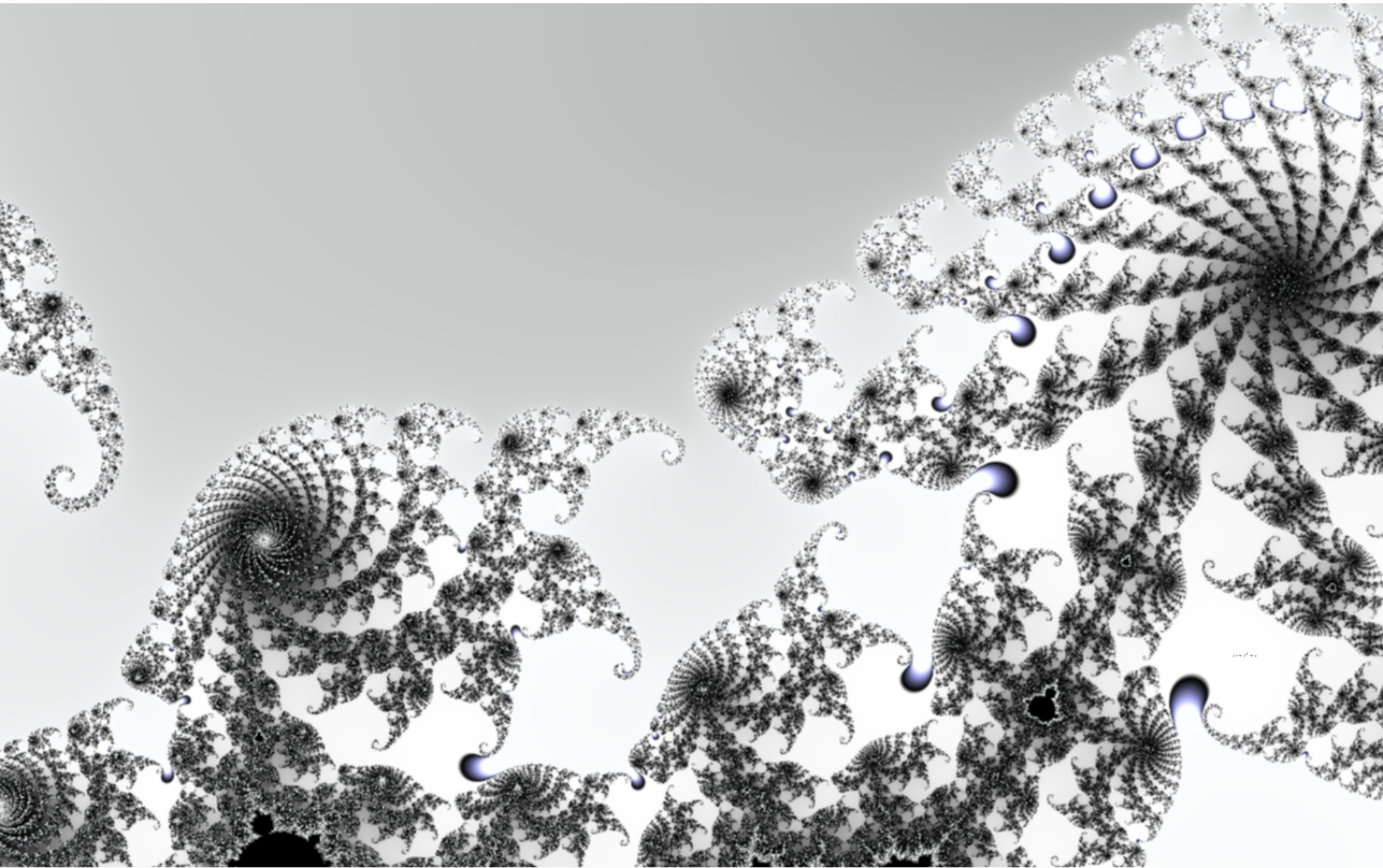


Algorithmes, mathématiques et image

Gilles Aldon
IFÉ-ENS de Lyon
Eductice-S2HEP
gilles.aldon@ens-lyon.fr



<http://www.fotomat.es>



$$z \mapsto z^2 + c$$

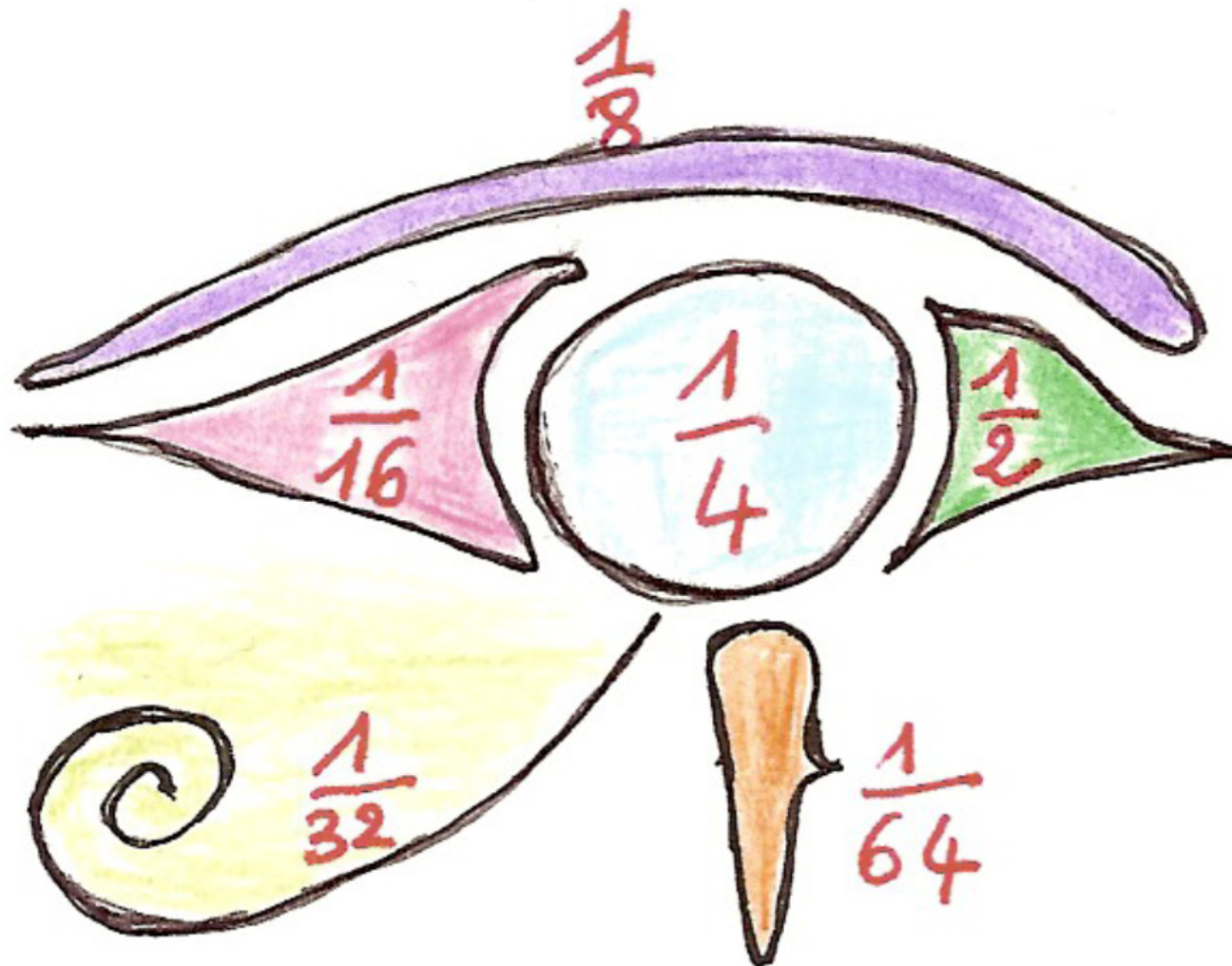
Plan

- Algorithmes & mathématiques
- Algorithmes & images
- Algorithmes

Algorithme & mathématiques

- *Correction*
- *Terminaison*
- *Complexité*

Algorithme & mathématiques



Algorithme & mathématiques

Un exemple : $2/3 = 1/2 + 1/6$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{\lceil \frac{y}{x} \rceil} + \frac{\text{mod}(-y, x)}{y \times \lceil \frac{y}{x} \rceil}$$

Algorithme & mathématiques

Problème : $a < b$ donnés, trouver $n_1 < \dots < n_r$ t. q. $\frac{a}{b} = \sum_{k=1}^r \frac{1}{n_k}$.

Algorithme Egypte :

Entrée : a et b entier $a < b$;

Sortie : une liste d'entiers;

Variables locales : x, y, n : entiers ; L : liste d'entiers ;

x:=a;y:=b;L:=[];

tant que x !=0 faire

 n := ceil(y/x);

 L:=append(L,n);

 x=nx-y;

 y:=ny;

fin du tant que

renvoyer L;

fin

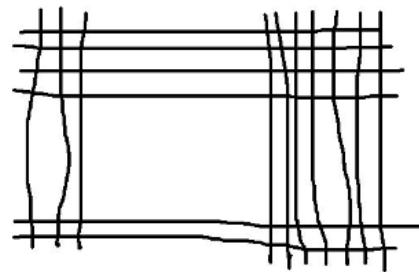
Algorithme & mathématiques

- Algorithme comme preuve d'un énoncé mathématiques
- Preuve des algorithmes

Algorithmes & mathématiques

Multiplier 37 par 42

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 42 \\ \hline 74 \\ 48 \\ \hline 1554 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 37 \\ 12 \\ 28 \\ 6 \\ 14 \\ \hline 1554 \\ 42 \end{array}$$

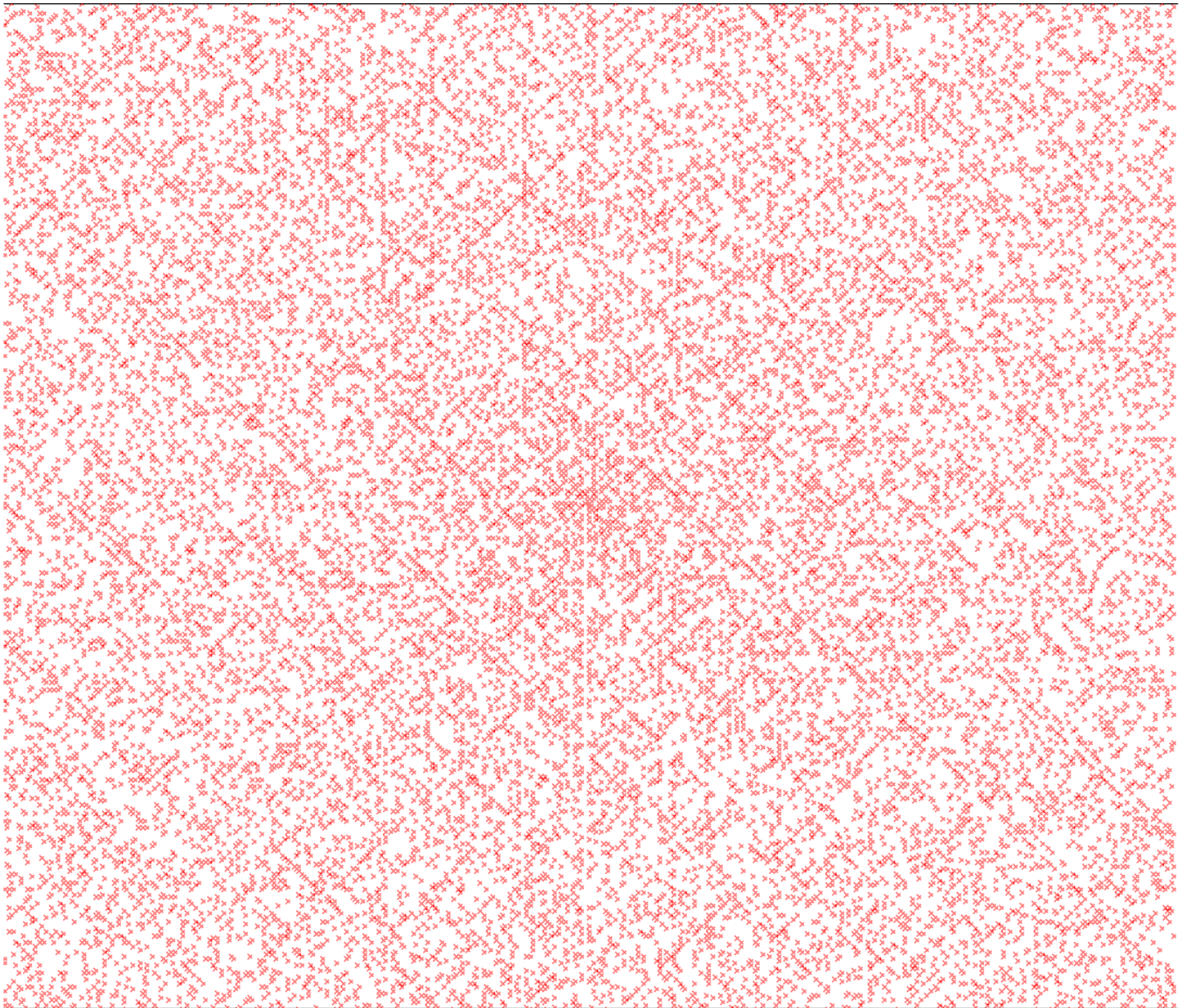


Algorithme & mathématiques

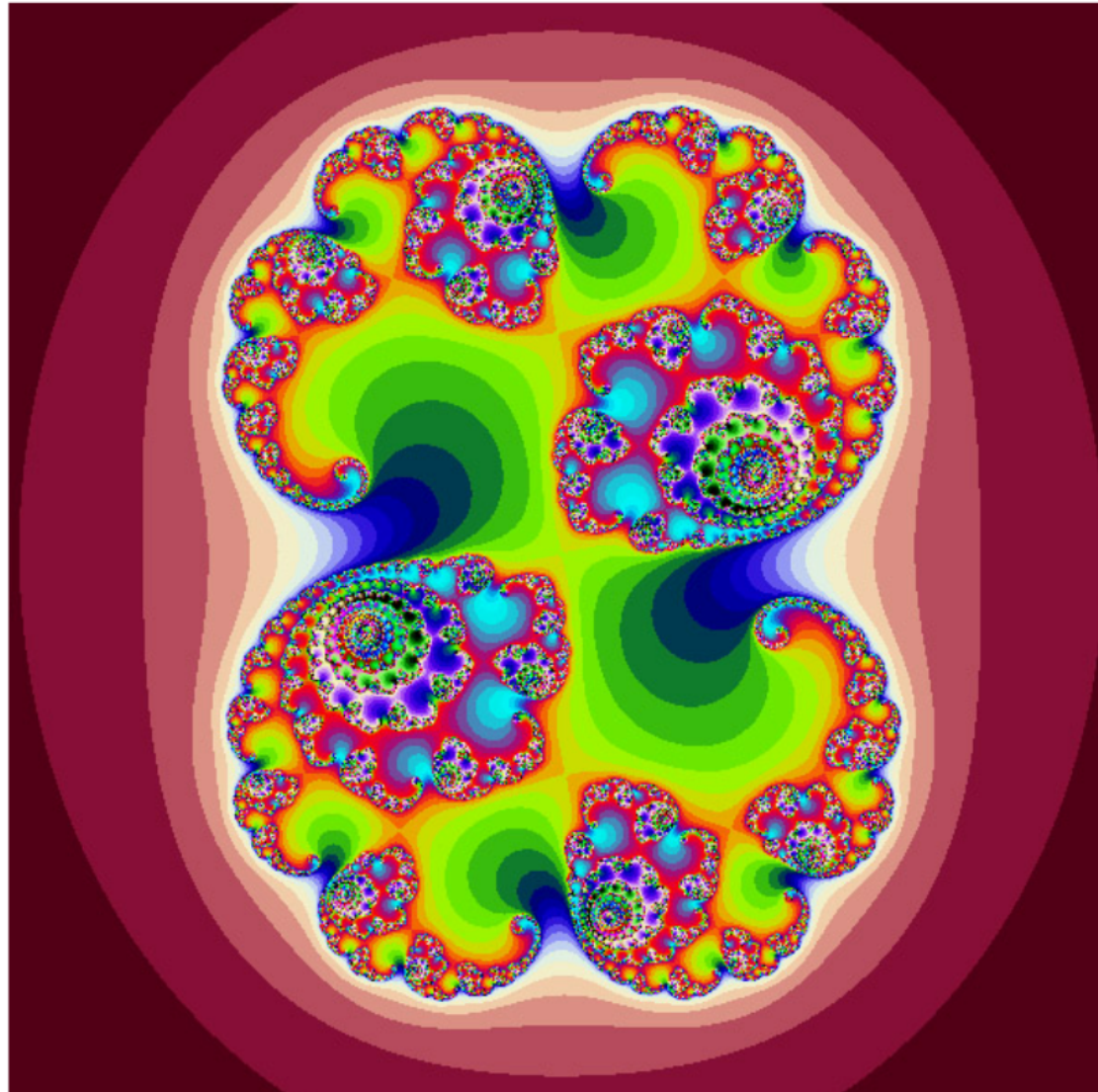
Un nombre entier et positif est premier s'il a exactement 2 diviseurs :

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29,...



Algorithmes et images



Algorithmes et images

Un nombre naturel n est parfait s'il est la somme de ses diviseurs propres, il est abondant si cette somme est plus grande que n et déficient sinon.

Un couple de nombres est amical lorsque la somme des diviseurs de l'un est égal à l'autre.

Suites aliquotes

un ensemble de nombres est sociable lorsque la somme des diviseurs d'un nombre est un nombre de l'ensemble

12496 14288 15472 14536 14264 (12496)

Algorithmes et images

```
barnsley3:=proc(n)
local i,a,b,A,f,v,l,hasard;
  #on définit les transformations affines
a[1]:=matrix(2,2,[0,0,0,0.5]);b[1]:=vecteur([0,0]);
a[2]:=matrix(2,2,[0.42,-0.42,0.42,0.42]);b[2]:=vecteur([0,0.2]);
a[3]:=matrix(2,2,[0.42,0.42,-0.42,0.42]);b[3]:=vecteur([0,0.2]);
a[4]:=matrix(2,2,[0.1,0,0,0.1]);b[4]:=vecteur([0,0.2]);
  #on part d'un point (0,0) par exemple
A:=vecteur([0,0]);l:=[];
  #on choisit au hasard une transformation
for i from 1 to n do
hasard:=evalf(alea()/1e12);
if hasard<0.05 then A:=matadd(multiply(A,a[1]),b[1]) else
  if hasard<0.45 then
    A:=matadd(multiply(A,a[2]),b[2]) else
      if hasard<0.85 then
        A:=matadd(multiply(A,a[3]),b[3]) else
          A:=matadd(multiply(A,a[4]),b[4])
        fi;
      fi;
    fi;
  fi;
l:=[op(l),convert(A,list)];
od;
op(l);
end;
```



Algorithmes et images

Choisir un ensemble compact du plan : A_0

1) $k = 0$

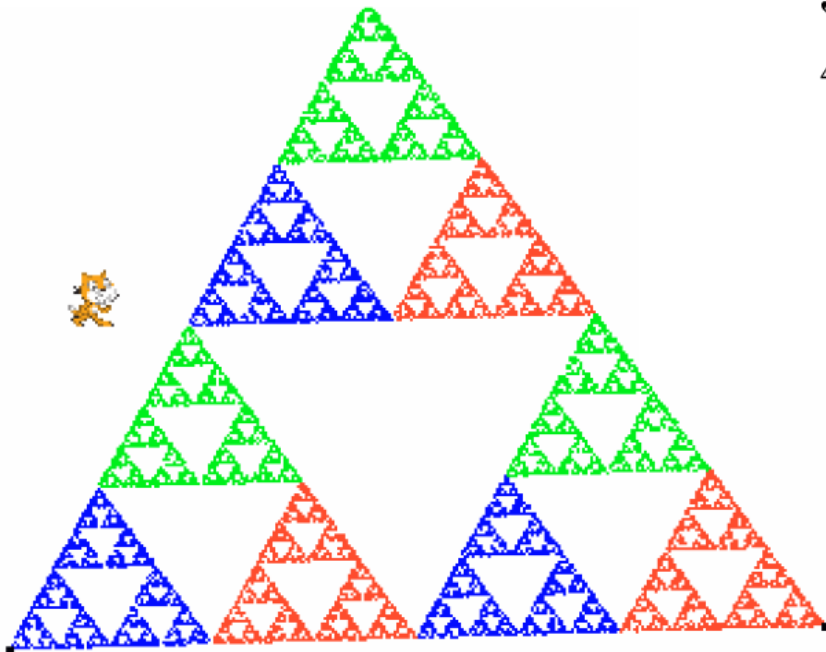
2) Calculer $w_i(A_k)$

3) Dessiner

4) $k := k + 1$

$$A_1 = W(A_k) = \bigcup_{i=1}^N w_i(A_k)$$

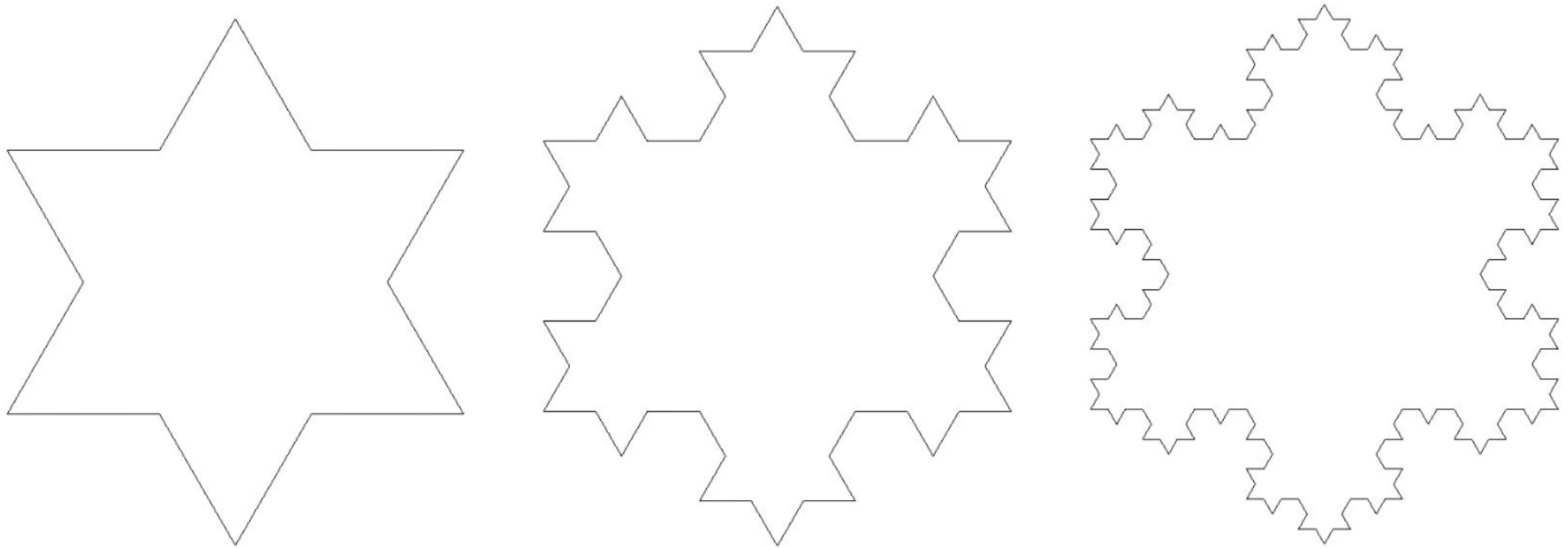
Retourner en 2)



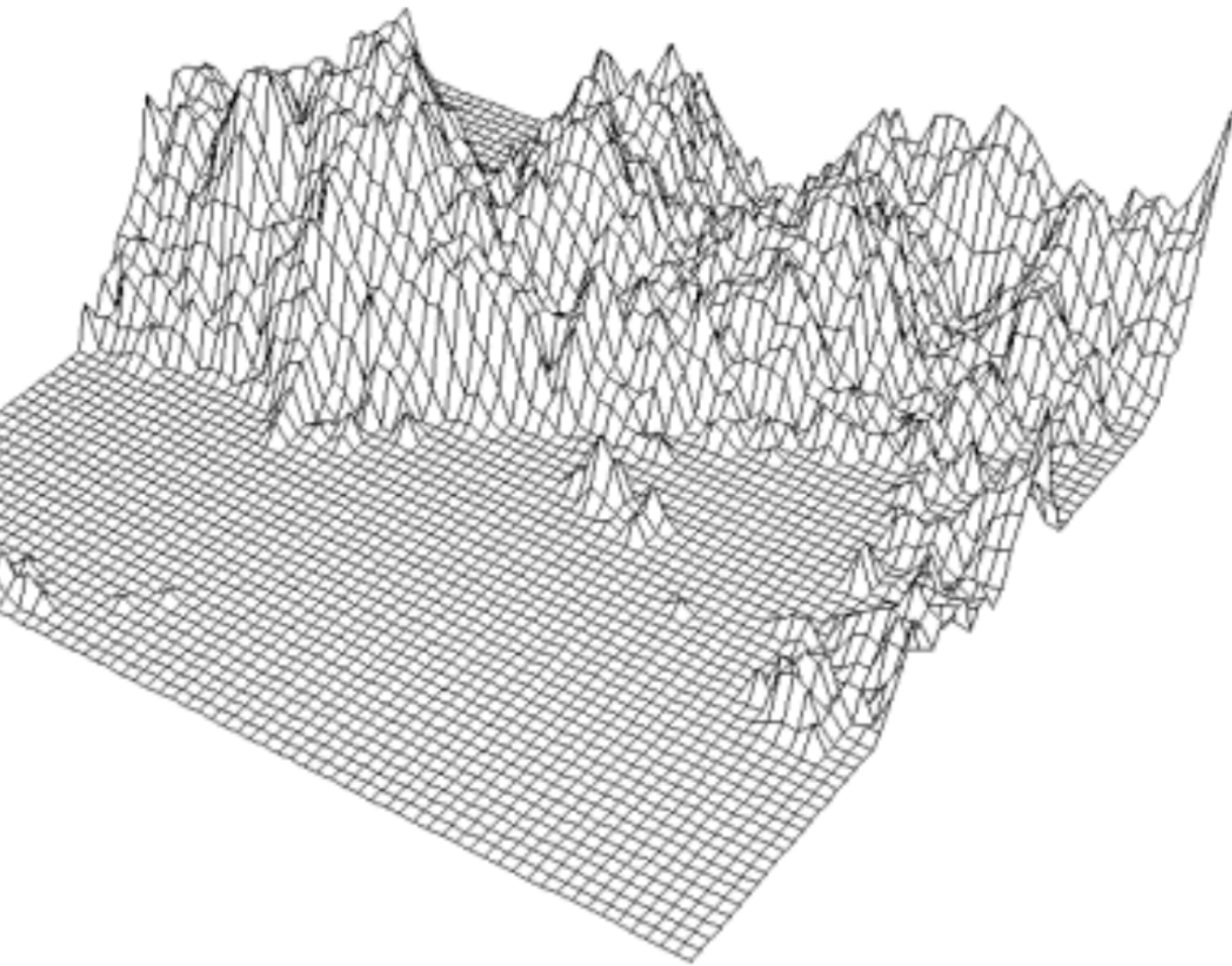
Algorithmes et images

Ce temple délicat, nul ne le sait, est l'image mathématique d'une fille de Corinthe, que j'ai heureusement aimée. Il en reproduit fidèlement les proportions particulières.

VALÉRY, Eupalinos, 1923, p. 67.



Algorithmes et images



Algorithmes

Glouton

récurusif

Recherche de chaînes

Diviser pour régner

Calculabilité

Coloration

Tris

Chemin minimal

Algorithmes

Tri rapide

AZERTYUIOPQSDFGHJKLMWXCVBN

A

ZERTYUIOPQSDFGHJKLMWXCVBN

Z

ERTYUIOPQSDFGHJKLMWXCVBN

E

DCB

RTYUIOPQSFGHJKLMWXVN

C

R

B D IOPQFGHJKLMN

TYUSWXV

I

T

FGH

OPQJKLMN

US

YWXV

G

O

U

Y

F H

JKLMN PQ

S

WXV

J

P

W

JKLMN

Q

V X

K

LMN

L

MN

M

N

Algorithmes

Algorithmes combinatoires :
à partir d'un corpus fini et de
règles, construction de
"phrases".

Algorithmes

Merci

