N°63 - OLIVEIRA. Ana Teresa de C. C. De

CONSTRUISONS DES CONNAISSANCES POUR ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES A PARTIR DE RESOLUTION DE PROBLEMES : UNE EXPERIENCE AVEC DES ENSEIGNANTS EN FORMATION INITIALE

1. Introduction

La situation chaotique que nous est présentée aujourd'hui par le Système d'Évaluation de l'Éducation Générale – SAEB, concernant les résultats obtenus par les élèves des classes du niveau élémentaire en mathématiques au Brésil, met la formation et la pratique des enseignants dans une place importante dans le débat national sur cette problématique. D'entre d'autres facteurs, la pratique des enseignants peut être la responsable, en grande partie, par ce problème. Araujo fait allusion à ce fait dans deux articles où il discute quelques aspects de ce résultat, considéré faible. (Araújo, 2004a, 2004b).

D'entre beaucoup de questions qui ont un rappaort avec la formation des enseignants, qui peuvent intervenir dans le désastre qui a été le résultat des apprennats des séries initiales, quelques unes sont directement liées à l'expérience que nous voulons y raconter et analyser[1]. Quels sont les savoirs nécessaires aux futurs enseignants des séries initiales, en mathématiques? De quelle manière nous devons conduire les classes de mathématiques dans des cours de formation, ayant comme but celui de favoriser la construction de ces savoirs?

L'expérience, que nous allons décrire, s'est basée sur les présuposés suivants: la connaissance de l'enseignant en formation ne doit pas être comprise comme la connaissance du contenu des différentes disciplines qu'il va enseigner et de leurs méthodologies comme deux aspects indissossiables; mais aussi sur l'importance de la résolution de problèmes pour l'apprentissage en mathématiques. L'activité a été menée en quatre rencontres, à l'aide d'activités par groupe, dans lesquelles les futurs enseignants ont d'abord résolu des problèmes mathématiques, ont aussi analysé, dans des discussions collectives, la clarté des consignes qu'ils ont eux mêmes formulées et les questions conceptuelles et méthodologiques qui concernaient les problèmes proposés.

2. Fondamentation théorique

Quelques auteurs ont contribué aux refléxions sur le processus de construction des savoirs des futurs enseignants et, comme conséquence à l'étude des perspectivers pour des cours de formation des enseignants. Parmi des plus importants on peut citer Lee S. Shulman (1986, 1987), Maurice Tardif et Claude Lessard (1991), Clermont Gauthier (1998), Dario Fiorentini (2001), Deborah L. Ball (1990, 1991), Ruhama Even et Glenda Lappan (1994) et Lipping Ma (1999).

Quelques uns de ces chercheurs font des recherches dans divers pays, d'autres dans le domaine spécifique de la formation en mathématiques des enseignants et d'autres dans le domaine de la pédagogie. Les dits chercheurs soutiennet l'idée que nous devons nous

[1] L'expérience a été réalisée avec les élèves du Cours Normal Supérieur de l'Institut Supérieur de l'Éducation **de la municipalité,** Institut qui prépare à l'enseignement des séries initiales et à l'éducation enfantine.

guider par des propositions de formation des enseignants en prennant en compte que *ce qu'on doit enseigner et comment le faire* ne doivent jamais être séparés dans leur formation. Leurs études renforcent, aussi, l'idée de que les futurs enseignants ont besoin, dans leur formation, de ce qu'ils en ont besoin pour leurs élèves de l'éducation générale, et cela doit fondamenter la pratique des formateurs et des présupposés des programmes officiels de formation des enseignants. Ils suggèrent, aussi, qu'on prenne comme référence pour la formation initiale des enseignants, les savoirs requis par sa future pratique professionnelle. Dans ce sens, la formation doit être ménée sans pour autant perdre de vue les connaissances nécessaires à leur pratique en tant que futurs enseignants.

3. L'expérience

Ce travail a été méné dans quatre rencontres où l'on s'est plongé sur des activités par groupe dont le sujet a été les nombres et les opérations mathématiques. À la fin de ces rencontres, chaque groupe a présenté ce qu'il avait élaboré comme proposition de travail. Voici les activités proposées:

1) Tu dois résoudre le problème suivant[2]: les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 doivent être placés dans un carré 3x3 dans leurs places appropriées. Voilà les instructions: a) 1, 87 et 6 sont dans la ligne supérieure; b) 2, 9 et 4 sont dans la ligne inférieure; c) 1, 4, 2, 5, 7, et 6 ne sont pas dans la colonne de gauche; d) 8, 1, 5, 9, 3 et 4 ne sont pas dans la colonne de droite. Place-les dans leur place et dis quelles sont les connaissances en mathématiques que tu trouves doivent être requises pour la résolution de ce problème.
2) Propose un problème semblable a celui-là et dis dans quels aspects ils se ressemblent.
3) Propose un problème imposible.
4) Change une donnée concernant les numéros ou un mot de ce problème de manière a rendre sa résolution possible.

4. Résultat

Nous avons observé au cours de la réalisation de la première étape que les futurs enseignants ont présenté des difficultés quand ils devaient travailler sur l'idée de *ligne* et *colonne.* Le mot *non*, présent dans les informations données dans les consignes, a provoqué des erreurs dans l'obtention des résultats de ces problèmes.

La fausse idée que les nombres doivent être organisés dans le carré 3x3 dans le même ordre où ils ont été donnés (lettres a et b) a guidé la pensée d'une grande partie des apprennants[3], en quête de solution.

La confuse prise de notes des conclusions auxquelles ils arrivaient sur la place de quelques nombres dans le carré a gêné leur propre compréhension concernant ce qu'ils avaient déjá découvert comme résultat.

Les futurs enseignants ont montré des difficultés pour présenter la résolution des problèmes comme s'ils avaient comme objectif principal celui de possibiliter la compréhension du chemin qu'ils avaient choisi et aussi de ses fondamentations. Ils ont desiné le carré et mis les nombres dans la bonne place et ont relu les informations données en a, b, c et d, en réalisant quelque chose qui ressemblait à une vérification du résultat obtenu. Il a été nécessaire un grand effort pour que, à ce moment là, ils se prennaient comme des personnes qui étaient en train de résoudre des problèmes, en faisant des

[2] Extrait de: Lopes, Antonio José et al. Resolução de problemas: observações a partir do desempenho dos alunos. In *A educação matemática em revista, SBEM, nº 3, 2º sem., 1994.*

[3] À partir de ce moment du texte, je fais allusion aux futurs enseignants du cours de formation

tentatives et de formulation d'hypothèses en tenant compte qu'ils devaient soumettre ce qui a été produit à un contrôle organisé.

Il n'y a eu que deux groupes qui ont été capables de reconstruire ce qu'ils avaient mis en pratique pour l'obtention du résultat, identifiant, petit à petit, chaque membre qui devait être dans chaque petit carré qui composait le grand carré en éliminant les autres. Les essais pour trouver la bonne place pour chaque numéro a besoin d'une vérification permanente jusqu'à l'obtention de la résolution et à partir de cette démarche nous avons pu voir que la vérification du résultat est quelque chose qui n'a pas encore été incorporée par les apprennants, dans la résolution des problèmes.

J'ai encore observé que la quantité d'information à être articulée pour commencer à résoudre le problème a apporté une certaine imobilité devant le défi proposé. Il s'agit, aussi, d'un problème non conventionnel, qui ne possibilite pas l'acquisition d'un modèle de résolution qui fonctionne comme un entraînement pour qu'ils apprennent à le résoudre.

L'orientation spatiale et la maîtrise de la logique ont été les connaissances comprises comme nécessaires pour la résolution de ce problème. Dans ce sens, ces aspects ont été considérés comme prioritaires par eux dans la formulation d'un autre problème semblable à l'antérieur.

Dans la deuxième étape, la plupart des futurs enseignants a pris les números de 1 à 9, soit dans le contexte des carrés magiques ou en explorant les notions de pair et impair, l'usage de la logique et l'absence de calculs. Quelques uns ont changé les números par des noms et ont maintenu les autres informations.

> *João a 9 amis qui s'appellent Carlos, Pedro, José, Tião, Zé, Tiago, Lucas, Mateus et Gabriel. Il veut les grouper dans des groupes de 3x3 et les organiser dans un carré 3x3, pour la realisation d'une activité selon les instruction ci-dessous. Comment ces amis doivent-ils être groupés?*
> a) *Carlos, Tião et Lucas sont dans la ligne supérieure*
> b) *Pedro, Zé et Gabriel sont dans la ligne inférieure*
> c) *Carlos, Pedro, José, Zé, Tiago et Lucas ne sont pas dans la colonne de gauche*
> d) *Tião, Carlos, José, Gabriel, mateus ne sont pas dans la colonne de droite*

La formulation du texte et de la consigne du problème qu'ils ont créé a été, peut-être, la plus grande difficulté trouvée pour cette étape car cela a exigé des auteurs un grand travail pour les reformuler et les rendre compréhensibles et clairs.

Dans presque tous les problèmes formulés hors du contexte et pour ce fait ont exigé que le type d'information soit modifiée pour possibiliter sa résolution, j'ai observé un excès d'information, ce qui a été discuté dans le groupe pendant la formulation de ceux-là. Par exemple: deux informations ont été retirées du problème que nous présentons maintenant: " *la maison et la poupée ne doivent pas être ensemble"* et *"à côté de la maison il y a toutes les casseroles*", car on pouvait trouver les mêmes informations dans les autres consignes. .

> *Joana a des objets qu'elle doit ranger sur une étagère. Ce sont: une petite maison, une corde, un tambour, un nounours, un ballon, un ensemble de casseroles, une poupée et un porte-photo. Elle veut les placer chacun dans un espace qu'il existe dans l'étagère, comme l'on peut voir par le dessin ci-dessous.*

Joana aimerait bien que:

a) Le ballon et la poupée soient une à côté de l'autre.

b) Le nounours, la poupée et le prte-photo soient dans l'étagère supérieure.

c) La poupée et le tambour soient chacun sous l'autre, dans les espaces plus à gauche.

d) La maison et le nounours soient chacun sous l'autre, dans les espaces plus à droite.

e) La corde soit sous le ballon.

Où devrait être placé chacun des objets sur l'étagère de Joana?[4]

Les futurs enseignants, qui ont formulé le problème présenté ci-dessus, ont considéré la notion de *droite* et *gauche,* et de *ligne* et *colonne* comme étant des notions nécessaires à la résolution du probléme résolu dans la 1e étape et, ainsi, des aspects de ressemblance entre les deux.

Au cours de la deuxième étape, j'ai constaté une grande difficulté des futurs enseignants concernant ce que c'est un *problème sans solution* ou *avec plusieurs solutions,* ce qui a suscité la réalisation de propositions qui ont constitué les 3e et 4e étapes. J'ai observé que les problèmes qui n'avaient pas besoin de calculs ont favorisé des interprétations erronnées. Les données numériques et la nécessité de réalisation de calculs ont été configurés comme des éléments qui ont facilité la réalisation de ce qui a été proposé dans cette étape.

Les problémes qui suivent ont été considerés par leurs auteurs comme étant des *problèmes sans résolution.*

> *Je veux construire un mur de 2m de hauteur par 10m de largeur. Combien de briques, à peu près,* **,** *j'aurais besoin pour le construire?*

> *Ricardo a distribué 100 timbres à trois amis. Pour que chacun sache la quantité de timbres qu'ils allaient recevoir, il leur a dit: Carlos aura le triple de la quantité de timbres de Gustavo et les autres timbres seront à Júlio. Les quantités de timbres reçus pour chacun de vous sera multiple de 11. Combien de timbres Julio aura?*

Les problèmes qui ont été classés correctement comme étant des *problèmes sans résolution* ont été du type qui sera presenté ci-dessous, ayant les notions de nombre pairs, impairs, multiples, etc.

> *L'addition de deux nombres pairs consécutifs fait 35. Trouve les deux nombres.*

[4] les deux problémes ont été proposés par dês apprennants de la discipline mathématiques II du cours de formation pour enseignants de ISERJ

5. Considérations finales

Cette expérience nous a possibilité une discussion très riche concernant quelques aspects du travail réalisé avec des problèmes et le traitement des difficultés présentées par les futurs enseignants qu'on a pu observer dans les quatre rencontres. Cela nous a permis, aussi, le traitement des questions liées directement à la pratique escolaire des séries initiales en mathématiques.

Il a été très important aussi la constatation du fait que les difficultés trouvées par les futurs enseignants en ce qui concerne la résolution du problème proposé dans la 1^{e} étape de notre expérience ont été les mêmes trouvées par les élèves qui ont entre 10-11 ans qui ont essayé de lês résoudre, analysés par Lopes et ses collaborateurs (1994, p.36). Cette conclusión a montré, à mon avis, l'importance de mettre les futurs enseignants en contact avec les sujets mathématiques des séries initiales de l'enseignement fondamental en mettant les futurs enseignants devant la nécessité de résoudre et formuler des problèmes. Je crois que ce soit un des chemins dans la formation qui favorise la construction de connaissances sur *un contenu à être appris.*

Bibliographie

Araújo, C. H. Luzio, N.(2004a). Dificuldades do ensino de matemática, INEP. Disponível em: <http://www.inep.gov.br/imprensa/artigos/>. Acessado em 12/01/2005.

______.(2004b). O ensino da matemática na educação básica, INEP. Disponível em: <http://www.inep.gov.br/imprensa/artigos/>. Acessado em 12/01/2005.

Ball, D. L.(1990) The subject matter preparation of prospective mathematics teachers: challenging the myths. In: W. R. Houston (Ed), Handbook of research on teacher education, N. Y: Macmillan, p. 437-449.

______ (1991) Research on teaching mathematics: making subject matter knowledge part of the equation. In: J. Brophy (Ed). Advances in research on teaching, Greenwich C T: JAI Press Inc, vol. 2, p. 1 – 48.

Fiorentini, D. (2001) Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In: Geraldi et al, Cartografias do trabalho docente, SP: Campinas, Mercado de Letras.

Gauthier, C. (1998) Por uma teoria da Pedagogia. Ijuí: Editora UNIJUÍ.

Lappan, G. Even, R. (1994) Learning to teach: constructing meaningful understanding of mathematical content. In: D. B. Aichele & A. F. Coxoford (Eds). Professional development for teachers of mathematics, yearbook. Reston, V. A.: NCTM, p. 128-143.

Ma, L. Kessel, C. (1999) Knowledge of fundamental mathematics for teaching. In: ______ Knowing and teaching elementary mathematics. London, Lawrence Erlbaum Associates.

Shulman, L. (1986) Those who understand: knowledge growth in teaching. In: Educational Researcher, v. 15, n. 2, p. 4 – 14.

_______. (1997) Knowledge and teaching: foundations of the knew reform. Harvard Educational Review, v. 57, n.1, p.1 – 22.

Tardif, M; Lessard, C; Lahaye, L. (1991) Os professores face ao saber: esboço de uma problemática do saber docente. In: Teoria e Educação. Porto Alegre, n.4, p.215-233.