Spécificité du travail mathématique de l'enseignant : un ancrage pour la formation continue

Nadine Bednarz, Jérôme Proulx

Groupe de recherche sur la formation à l'enseignement des mathématiques (GREFEM), Université du Québec à Montréal

RÉSUMÉ • Nos projets de recherche en cours, centrés sur le développement d'approches de formation mathématique des enseignants articulées sur leur pratique professionnelle, nous ont amenés à nous intéresser à la nature même de ces mathématiques mobilisés par les enseignants dans leur contexte quotidien de travail. Nous revenons sur les caractéristiques de ces mathématiques au travail telles qu'elles se dégagent de la conceptualisation issue de nos analyses, plus particulièrement sur le caractère situé de l'abstraction qui donne sens à cette expérience. Puis nous montrons en retour le potentiel d'une telle « entrée mathématique », issue de cette conceptualisation, pour la formation continue des enseignants du primaire et du secondaire.

MOTS-CLÉS • Mathématiques au travail ; mathématiques situées; ancrage en contexte ; abstraction située ; formation mathématique des enseignants

Plusieurs travaux de recherche en didactique des mathématiques se sont intéressés au travail de l'enseignant en lien avec l'analyse des pratiques (voir notamment Hache, 2001; Hersant, 2001; Oliveira, 2008; Robert, 2001; Roditi, 2005). En adoptant une double approche, didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002), ces recherches s'intéressent ici au «travail de l'enseignant à la fois en tant qu'organisateur de l'apprentissage des élèves et en tant que métier, du point de vue de l'enseignant lui-même » (Bednarz et Perrin-Glorian, 2003, p. 18). Ces travaux ont contribué à mettre en évidence les gestes professionnels mobilisés par l'enseignant pour gérer son projet d'enseignement, la rationalité qui le guide dans ses choix (Oliveira, *ibid.*), le jeu de contraintes et ses marges de manœuvre ainsi que les régularités et les variabilités



dans la gestion de ces contraintes (Roditi, ibid.). Ils apportent ainsi un éclairage important à l'analyse de l'activité enseignante in situ. Toutefois, ils nous éclairent peu sur une des composantes de ce travail : celle liée mathématiques spécifiques pratiques de l'enseignant. aux connaissances mathématiques mobilisées en contexte en lien avec son activité professionnelle. Cette dimension du travail de l'enseignant de mathématiques revêt une importance toute particulière à la lumière des travaux de recherche menés dans le domaine de la formation des enseignants qui montrent le fossé qui existe entre les expériences mathématiques que vivent les enseignants dans leur formation et celles qu'ils auront à vivre dans leur pratique en classe (voir, pour une revue de littérature à ce sujet, Proulx et Bednarz, 2010). Ces travaux pointent vers la nécessité de mieux comprendre la spécificité de cette pratique mathématique des enseignants en classe, de manière à pouvoir éclairer de possibles approches de formation davantage adaptées aux exigences de la pratique et articulées avec celle-ci. Nous nous sommes intéressés à cette question de la spécificité de ces mathématiques mobilisées par les enseignants en contexte professionnel, telles qu'elles se vivent au quotidien de leur travail.

1. Spécificité du travail mathématique de l'enseignant : clarifications conceptuelles

L'intérêt. anglophones didactique dans les travaux des en mathématiques, en regard de la spécificité des connaissances mathématiques des enseignants a souvent eu sa source dans les réflexions de L. Shulman (voir Shulman, 2007) autour des notions de connaissance pédagogique du contenu (PCK), connaissance disciplinaire du contenu (SMK) et connaissance du curriculum (CCK). Les différents chercheurs qui ont emprunté cette voie (par exemple R. Even ou D. Ball) ont tenté de raffiner ces catégorisations développées par Shulman. Ces tentatives, malgré quelques avancées prometteuses, ont amené à considérer ces catégories de « connaissances » de l'enseignant de façon disjointe, soit en analysant ces catégories en opposition, soit en produisant des modèles isolant divers aspects les uns des autres. Même si ceci allait à l'encontre des appréhensions premières qu'en avaient ces chercheurs, ces travaux reflètent une vision « mécanique » de ce que met en jeu la connaissance d'un enseignant. Une telle vision laisse en effet penser que la connaissance détaillée de chacune des parties (PCK, SMK, CCK) permet de connaître le tout, laissant ainsi de côté le fait que le tout



(la connaissance de l'enseignant) puisse être différent et ne se réduise pas à la somme de ses parties.

D'autres chercheuses, telles Margolinas, Coulange et Bessot (2005) ont travaillé sur les connaissances mathématiques des enseignants dans une toute autre perspective, en prenant appui sur le concept de didactiques, et en conceptualisant ce tout (ces connaissances connaissances de l'enseignant) comme étant imbriqué, maillant les mathématiques et didactiques. percues développement dans l'action comme étant influencées l'une par l'autre. Cet angle d'entrée nous a davantage interpellé comme chercheurs, plus spécifiquement parce que les travaux de recherches collaboratives menés par nos équipes de recherche (voir Bednarz, 2009) nous ont conduit à conceptualiser la nature des ressources mobilisées par les enseignants en contexte de travail sous cet angle (comme imbriguant des dimensions multiples).

Cette conceptualisation prend son ancrage dans la combinaison de deux types de recherches et sources de données. Une première source de données provient des différentes recherches collaboratives menées depuis plusieurs années avec des enseignants du primaire et du secondaire au Québec, qui permettent de mieux comprendre les ressources développées par les enseignants en pratique, ressources qu'ils mettent à contribution dans l'élaboration et la réalisation de situations d'enseignement en mathématiques, ou encore le retour sur des événements qui se passent en classe (voir entre autres Barry, 2009; Bednarz, 2009; Bednarz et al, 2001; Saboya, 2010). La deuxième source de données provient des travaux faits à l'intérieur d'un projet de recherche-formation, dans lequel 3 groupes de 8-10 enseignants participent, et qui est centré sur l'exploration de mathématiques reliées aux pratiques quotidiennes des enseignants. L'engagement dans différentes tâches par les enseignants (événements de la classe, question d'élève, solutions d'élèves, etc), et l'exploration des concepts qui s'en suit, donne un accès à la nature des connaissances mathématiques mobilisées en action par les enseignants. Ces divers travaux et nos analyses nous ont amenés à mettre en évidence certaines caractéristiques centrales des connaissances mathématiques de l'enseignant (voir Bednarz et Proulx, 2009), que nous reprenons brièvement ici :

 Leur caractère imbriqué: Les connaissances et pratiques mathématiques développées au quotidien de la classe, en lien avec les événements qui s'y déroulent (par exemple des solutions d'élèves à un



problème donné, une question d'élève en lien avec le contenu travaillé) sont imbriquées à d'autres dimensions. Elles ne sont jamais « purement mathématiques », mais prennent un sens en lien avec d'autres aspects inter-reliés. Des intentions didactiques, pédagogiques, mathématiques, voire institutionnelles sont ici mobilisées de façon simultanée dans la compréhension de la situation par l'enseignant.

- Des connaissances-en-acte, un savoir agir: ce sont des connaissances qui se déploient et se développent dans l'action en lien avec les tâches effectives réalisées par l'enseignant (par exemple, le choix de problèmes ou d'activités à donner aux élèves, la mise en route d'une activité, le choix de productions d'élèves à des fins de retour sur celles-ci, le retour collectif sur les solutions, ou encore la correction de devoirs).
- Le caractère imprévisible et émergent de ces connaissances, nécessitant pour l'enseignant la capacité de réagir sur le moment (ce que Mason et Spence, 1999, appellent knowing-to act in the moment).
 Ces « connaissances-interventions sur le champ » s'adaptant en temps réel aux événements de la classe et des élèves.
- Le caractère situé de ces connaissances : des connaissances qui prennent leur sens en contexte d'enseignement/apprentissage. Elles sont profondément liées à cet enseignement, à l'histoire de cet enseignement en classe et leur sens est imbriqué à cette pratique.

Cette dernière caractéristique rejoint les résultats de recherches menées sur l'analyse de l'activité mathématique d'autres groupes professionnels (voir par exemple Janvier, Baril et Mary, 1992, Noss et al., 1999), mettant en évidence la spécificité des raisonnements et conceptualisations développées en contexte de pratique professionnelle, différents de ceux mis de l'avant lors de la préparation mathématique (universitaire) de ces professionnels.

Un examen approfondi des recherches ethnographiques menées sur les mathématiques au travail auprès de divers groupes professionnels (infirmières, employés de banque, ingénieurs, etc) nous a amenés à aller plus loin dans notre propre conceptualisation. Le parallèle frappant que nous avons établi peu à peu entre les caractéristiques qui se dégageaient des différentes recherches menées auprès de groupes professionnels (voir ici Noss, 2002) et nos propres analyses nous a ainsi mené à préciser certaines des caractéristiques précédentes et à mettre en évidence d'autres caractéristiques centrales des connaissances mathématiques des enseignants, ou plutôt de ce que nous appelons maintenant les



« mathématiques du travail enseignant » (voir Bednarz et Proulx, 2011) : fragmentation des connaissances au travail, rôle des artefacts, ancrage des compréhensions en contexte, restructuration des connaissances en fonction de la pratique et abstractions mathématiques situées. Dans le cadre de ce texte, cette dernière caractéristique, celle d'abstraction mathématique située, est reprise et développée plus en détail de manière à voir en retour l'éclairage que celle-ci apporte aux questions de formation mathématique des enseignants

2. Au cœur des connaissances mathématiques des enseignants : l'abstraction mathématique située

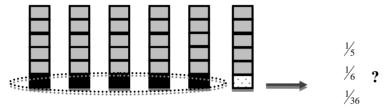
Une des caractéristiques importante de la connaissance mathématique au travail est d'être située. Ce caractère situé de la connaissance ne signifie pas que cette connaissance en acte soit seulement locale. Une variété d'observations effectuées par Noss et al. (2002) sur les infirmières en contexte de travail révèle en effet, qu'à travers les différentes stratégies qu'elles utilisent pour le calcul de médicaments à administrer aux patients, un certain invariant se dégage, une certaine idée de la concentration de ce médicament, prenant la forme (en action) d'une covariation constante entre la masse et le volume de solution de ce médicament. Cet invariant n'est pas relié à un patient particulier ni à un médicament spécifique et son administration. En ce sens on peut repérer une certaine abstraction en action autour de l'administration de médicaments aux patients. Mais cette abstraction demeure située dans la mesure où elle retient dans la manière dont elle est conceptualisée des éléments cruciaux de la situation. Le terme "abstraction située" a été utilisé dans les études de Noss pour décrire ce type d'abstraction au travail. Il est une tentative pour décrire comment une conceptualisation connaissance mathématique (dans l'exemple. concentration) peut être en même temps abstraite et située. Finement articulés sur leur construction en contexte, sur leur développement in situ et sur leur utilisation dans la pratique professionnelle, ces invariants mathématiques émergent, sont abstraits, dans la communauté de pratique.

Les observations issues de notre recherche-formation en cours (voir Bednarz et Proulx, 2010), à travers les différentes sessions, montrent que certains aspects d'une abstraction située prennent forme à travers le sens que les enseignants construisent d'événements de leur pratique. Par exemple, dans le groupe des enseignantes du primaire, la notion de



référent à propos des fractions (ex. ½ de quelque chose est différent de ½ d'une autre chose) est un cas intéressant à reprendre pour mieux cerner ce concept d'abstraction située en lien avec les mathématiques au travail. Une première réflexion sur la notion de référent émerge alors que les enseignants explorent différents problèmes proposés aux enfants impliquant des fractions et les réponses données par des élèves, en tentant de donner un sens à celles-ci (par exemple, le problème suivant tiré de Schifter, 1998)

Mali a six mètres de tissu. Elle veut faire des rubans de 5/6 de mètre pour un anniversaire. Combien de rubans pourra t-elle faire au total et combien de tissu lui restera t-elle?



Dans ce cas, une conceptualisation des fractions en relation à un certain tout émerge, durant l'exploration de ce problème et des réponses des enfants. La signification de réponses (telles que 1/5 ou 1/6 pour le reste) sont questionnées, ouvrant sur d'autres réponses possibles (comme 1/36, qui vient des enseignantes eux-mêmes en relation avec leur expérience de classe).

Cette idée émergente de référent apparaît imbriquée à leur pratique professionnelle, plus spécifiquement à des enjeux associés aux solutions possibles de leurs élèves. Par exemple, certaines enseignantes du groupe seront surprises de voir que les enfants ont dessiné dans ce cas six morceaux de un mètre, puisque les enfants familiers avec l'achat de tissu, selon elles, auraient pu tracer une longue bande de six mètres. Cela conduit les enseignantes à penser à d'autres dessins possibles qu'ils pourraient utiliser pour modéliser et résoudre le problème : ou encore à dire que certains élèves auraient répondu 6 rubans parce qu'avec les morceaux qui restent, ils diront qu'on ne peut pas faire un autre ruban (on « patchwork » qu'un ruban). D'autres plus un enseignantes questionneront les réponses fournies en référence à la question posée, car « combien restera t-il de tissu » pourrait être interprété comme 1/6 de mètre, 1/5 de ruban ou 1/36 du tissu de départ (des six mètres de tissu).

D'autres aspects liés à leur enseignement sont aussi imbriqués à cette conceptualisation émergente du référent, par exemple le fait que ce type



d'exemple, même s'il est riche mathématiquement et s'il les aide à faire du sens des fractions, peut semer la confusion chez les enfants, ou encore la difficulté à gérer la diversité des solutions et compréhensions des élèves dans la classe avec 27 enfants ; questionnant ainsi le potentiel de considérer ou non dans leur enseignement, pour la compréhension mathématique des élèves, la relativité de ce référent. On voit bien dans cet exemple le caractère imbriqué de la connaissance des enseignants, faisant intervenir simultanément sur cette question de référent de multiples facettes : didactiques (confusion possible chez les élèves, support du dessin, prise en compte du contexte), mathématiques (relativité de la fraction en fonction d'un tout), pédagogiques (difficulté à gérer ces multiples interprétations dans une classe) ; des dimensions multiples imbriquées qui sont partie prenante de leur conceptualisation émergente du référent en lien avec la résolution de problèmes sur les fractions par les enfants.

Au fur et à mesure du travail sur des situations ancrées dans leur pratique, cette notion de référent va devenir une sorte de code partagé par le groupe d'enseignantes, ces dernières continuant d'en parler avec nous et entre elles, et ce à différents propos. Nous avons, par exemple, commencé à entendre des choses comme « 2/3 de quoi ? »; « Oh non c'est ½ de... »; « Parles-tu du petit 1/3 ou du gros 1/3 ? », etc. Cette notion de référent apparaît ainsi continuellement et spontanément réinvestie par les enseignantes dans les sessions suivantes, et ce même à des endroits où nous, comme formateurs, nous ne l'attendions pas vraiment.

Par exemple, dans le problème suivant et la solution donnée par un élève (voir exemple ci-dessous), qui visait à discuter d'enjeux liés à la simplification de fractions, les enseignantes ont ouvert sur plusieurs interprétations possibles et commencé à parler de 6 morceaux sur 8, de 6 morceaux sur 16, de ¾ d'une pizza, de 6/8 de deux pizzas.

De la même façon, en lien avec un exercice proposé aux enfants sur la droite numérique, les enseignantes vont continuer à tabler sur cette idée de référent en donnant un sens à chaque point représenté sur la droite numérique en relation avec divers référents : par exemple, le point A sera décrit comme étant ½ mais aussi 1/6 (1/6 de 3) ou comme ¼ (1/4 de 2).

Trouve la fraction représentée par chaque lettre sur la droite numérique

Colloque international INRP, 16, 17 et 18 mars 2011 Le travail enseignant au XXIe siècle Perspectives croisées : didactique et didactique profession nelle \mathbf{A}



Dans ce qui précède, il est possible d'entrevoir que la notion de référent a commencé à être réinvestie spontanément à plusieurs endroits par les enseignantes, et ce en lien avec leurs pratiques et compréhensions mathématiques reliées à ces pratiques de classe: considérant des réponses possibles des élèves (exemple du problème pizza Mania), des artefacts qu'ils utilisent régulièrement dans leur pratique d'enseignement (la droite numérique), un autre problème sur les fractions etc.

Une appropriation de cette idée de référent est ainsi visible tout au long des sessions (un bloc de 3 séances d'une journée chacune) portant sur des événements mathématiques de la pratique liés aux fractions, mais celle-ci a aussi été réinvestie par la suite dans d'autres séances portant sur d'autres sujets (tels les nombres décimaux, l'aire, le volume, la division et la résolution de problème). À titre d'exemple, la notion de référent a été reprise spontanément par les enseignantes dans le travail avec les nombres décimaux, lorsque ces dernières se sont engagées dans la construction de différentes écritures équivalentes représentant le même nombre, à propos de la comparaison de nombres décimaux par les élèves : par exemple, 32,42 c'est 3242 centièmes ou 0,3242 centaines ou 31 unités 14 dixièmes et 2 centièmes etc. mettant en évidence la relativité de la notation en fonction de l'unité de référence prise; quelque chose qui leur a permis de voir le lien existant entre nombres naturels et nombres décimaux (à l'opposé d'un traitement qui situe ces nombres comme référant à deux types de nombres non reliés). De la même façon, cette idée de référent a été réinvestie dans le travail sur l'aire et le volume. Par exemple les enseignantes ont parlé d'un cube de ½ cm de côté en ces termes: « ce n'est pas ½ centimètre cube, c'est 1/8. Mais 1/8 de quoi? 1/8 de 1 centimètre cube ». La même chose s'est produit dans la division, par exemple pour l'opération 8 ÷ 6/5, quand les enseignantes ont formulé un contexte avec l'intention de donner un sens à cette opération pour les élèves dans les termes suivants: « J'ai 8 litres à transvider dans des bouteilles de 6/5 de litre » et explicité le résultat en ces termes : « 6 bouteilles et 4/5 de litre » ou « 6 bouteilles et 4/6 de bouteille »; tout comme pour l'opération 34 ÷ 4 où les enseignantes ont formulé des contextes tels « 34\$ à répartir dans des pochettes, sachant que je mets 4\$ dans chaque pochette », conduisant à exprimer le résultat en termes



de « 8 pochettes et la moitié du contenu d'une pochette » ou « 8 pochettes et 1/17 du montant que nous avions au départ ».

Ces exemples l'illustrant bien, le rénvestissement de cette notion de « référent » dans différents domaines (fractions, nombres décimaux, division, aire, volume) et différents contextes prend ainsi la forme d'un invariant caractéristique des compréhensions mathématiques enseignantes. Cette connaissance, qui constitue en ce sens une abstraction, n'en demeure pas moins située, ancrée dans des contextes d'enseignement et d'apprentissage qui lui donnent sens. Cette « connaissance abstraite » transporte en effet avec elle des enieux du contexte de classe et des élèves, de viabilité à travailler ce référent dans différentes situations et problèmes, de difficultés pour les élèves de comprendre l'idée dépendant de la tâche en jeu, de leur facilité ou non à gérer en classe cette ouverture mathématique sur la réponse, voire de retour sur leur enseignement préalable ou sur les manuels qui n'insistent pas, selon elle, sur cette idée de référent, percevant le potentiel de cette idée pour le raisonnement des élèves et la construction de sens, etc. Tous ces aspects sont « présents » dans la conceptualisation de cette notion de référent que les enseignants développent à propos des notions spécifiques travaillées.

L'analyse de cette abstraction située n'en est toutefois qu'à ses débuts dans les travaux sur les mathématiques professionnelles. De la même façon que le mettait en évidence Noss (2002), la nécessité d'aller plus loin sur ce concept d'« abstraction située » se fait sentir, de manière à avoir une compréhension plus robuste de sa signification et du rôle qu'il joue pour les mathématiques professionnelles de l'enseignant.

2. Que vient éclairer en retour cette conceptualisation, notamment la dimension d'abstraction située, sur la formation mathématique des enseignants ?

Cette notion d'«abstraction située» confronte la façon usuelle de concevoir la formation mathématique des enseignants, où les pratiques et expériences mathématiques qu'auront à vivre les enseignants sont habituellement dé-contextualisées. Le « bruit » du contexte, dans la conception usuelle de l'abstraction au fondement des cours de mathématiques, est perçu comme un obstacle : il y a nécessité dans les expériences qu'on va faire vivre d'une prise de distance vis à vis des contextes et situations qui lui donnent sens (si ces contextes sont repris éventuellement, ils le sont davantage en termes d'applications dans



d'autres domaines, par exemple en sciences, mais non pas en lien avec la pratique professionnelle). La notion d'abstraction située suggère, à l'opposé, que ce qui est considéré comme un « bruit » dans la vision traditionnelle de l'abstraction est en fait un élément central du contexte contexte du professionnel, où la négociation entre la situation professionnelle et les compréhensions mathématiques qui émergent, sont une caractéristique clé des mathématiques au travail. Cette situation professionnelle agit comme une ressource structurante (Lave, 1988) de ces compréhensions et connaissances « abstraites de » (par exemple, la compréhension de la notion de moyenne ou de concentration chez les infirmières dans les études de Noss n'est pas celle que l'on retrouve mise de l'avant dans les cours de mathématiques et de sciences ; le concept de référent ici central pour les enseignantes du projet se retrouvera difficilement à l'intérieur d'un cours de mathématiques sur les fractions)

Les résultats précédents ouvrent, par ailleurs, sur de nouvelles facons d'approcher la formation mathématique des enseignants de manière à encourager le développement de ces compréhensions mathématiques et abstractions situées. Dans notre projet de recherche-formation, il y a, comme nous l'avons vu dans les extraits précédents. l'idée d'un réinvestissement de ces compréhensions d'une session à l'autre, conduisant les enseignantes à faire des liens entre différentes situations issues de leur pratique et entre différents pans de leur pratique. Dans la réflexion au cœur de la formation, le « bruit » de la situation de pratique apparaît décisif, alors qu'il est au fondement même de l'élaboration d'une signification englobant différentes dimensions imbriquées de cette pratique. Les connaissances du contenu mathématique ne sont nullement séparées de ce contexte d'enseignement-apprentissage et d'autres connaissances, questionnant le modèle usuel de formation atomisé en cours de mathématiques, de didactiques et de pédagogie. Au cœur de cette nouvelle façon d'approcher la formation, la situation professionnelle est le pivot susceptible de génèrer des significations et abstractions complexes imbriquées. On peut penser par exemple à plusieurs événements mathématiques qui peuvent se produire de facon simultanée en classe (des événements qui interrogent) : des raisonnements amenés par les élèves (adéquats ou non), des difficultés et erreurs, des questions d'élèves, une situation d'un manuel qui questionne l'enseignant, une évaluation et des réponses d'élèves, de nouvelles questions et avenues à explorer, etc, autant d'entrées possibles sur le développement de ces compréhensions et abstractions situées de l'enseignant comme professionnel.



Nadine Bednarz [descamps-bednarz.nadine@uqam.ca] Jérôme Proulx [proulx.jerome@uqam.ca]

BIBLIOGRAPHIE

- Barry, S. (2009). Analyse des ressources mises à contribution par enseignant et chercheur dans l'élaboration de scénarios d'enseignement en dénombrement visant le développement de la modélisation en secondaire 1. Thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal, Montréal.
- Bednarz, N. (2009). Recherches collaboratives en enseignement des mathématiques: Une nouvelle entrée sur la conception d'activités en mathématiques à l'intersection de pratique en classe et recherche. Actes du 61^{ème} colloque de la CIEAEM (Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques), publiés dans Quaderni di Ricerca in Didattica Matematica (supp. n°2, pp. 3-18).
- Bednarz, N., et Perrin-Glorian, M.J. (2003). Formation à l'enseignement des mathématiques et développement de compétences professionnelles: Articulation entre formation mathématique, didactique et pratique. Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2003. Tunis: Éditions CNP.
- Bednarz, N., Poirier, L., Desgagné, S., et Couture, C. (2001). Conception de séquences d'enseignement en mathématiques: une nécessaire prise en compte des praticiens. Dans A. Mercier, G. Lemoyne et A. Rouchier (Dir.) Sur le génie didactique: usages et mésusages des théories de l'enseignement (pp. 43-69). Bruxelles: Éditions de Boeck.
- Bednarz, N., et Proulx, J. (2011). An attempt at defining teachers' mathematics through research on mathematics at work. Actes de CERME-7 (congress of the European Society for Research in Mathematics Education). Rseszow, Pologne: CERME.
- Bednarz, N. et Proulx, J. (2010). Processus de recherche-formation et développement professionnel des enseignants de mathématiques : Exploration de mathématiques enracinées dans leurs pratiques. Éducation et Formation. e-293, 21-36. http://ute3.umh.ac.be/revues/



- Bednarz, N., et Proulx, J. (2009). Knowing and using mathematics in teaching: Conceptual and epistemological clarifications. For the Learning of Mathematics, 29(3), 11-17.
- Hache, C. (2001). L'univers mathématique proposé par le professeur en classe: observation, description, organisation. *Recherches en didactique des mathématiques*, *21*(1-2), 81-98.
- Hersant, M. (2001). *Interactions didactiques et pratiques d'enseignement, le cas de la proportionnalité au collège*. Thèse de doctorat, Université Paris 7 Denis Diderot, Paris.
- Janvier, C., Baril, M. et Mary, C. (1992). Contextualized reasoning of electrical technicians. *Les Cahiers du CIRADE*, 155-169.
- Lave, J. (1988) *Cognition in practice*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Margolinas, C., Coulange, L., et Bessot, A. (2005). What can the teacher learn in the classroom? *Educational Studies in Mathematics*, *59*(1-3), 205-234.
- Mason, J., et Spence, M. (1999). Beyond mere knowledge of mathematics: The importance of knowing-to act in the moment. *Educational Studies in Mathematics*, *38*(1-3), 135-161.
- Noss, R. (2002). Mathematical epistemologies at work. *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, pp. 47-63). PME.
- Noss, R., Hoyles, C., Pozzi, S. (2002). Abstraction in expertise: a study of nurses' conceptions of concentration. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(3), 204-229.
- Noss, R., Pozzi, S., & Hoyles, C. (1999). Touching epistemologies: meanings of average and variation in nursing practice. *Educational Studies in Mathematics*, 40(1), 25-51.
- Oliveira, I. (2008) Exploration des pratiques d'enseignement de la proportionnalité au secondaire en lien avec le développement du raisonnement proportionnel chez les élèves. Thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal, Montréal.
- Proulx, J. et Bednarz, N. (2010). Formation mathématique des enseignants du secondaire. Partie 1 : Réflexions fondées sur une analyse des recherches. Revista de Educação Matemática e Tecnologica Ibero-americana.



- Robert, A. (2001). Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. Recherche en didactique des mathématiques, 21(1-2), 57-80.
- Robert A., et Rogalski, R. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et de la technologie, 2(4), 505-528.
- Roditi, E. (2005). Les pratiques enseignantes en mathématiques. Paris : L'Harmattan.
- Saboya, M. (2010). Élaboration et analyse d'une intervention didactique co-construite entre chercheur et enseignant. Thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal. Montréal.
- Schifter, D. (1998). Learning mathematics for teaching: From a teacher' seminar to the classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(1), 55-87.
- Shulman, L. (2007). Ceux qui comprennent : le développement de la connaissance dans l'enseignement, Éducation et Didactique, 1(1), 97-114.