

LES MANUELS DE MATHÉMATIQUES

SURFACE, SUPERFICIE ET AIRE

Patrice Johan

Ce travail a été conduit dans le cadre d'une recherche sur la conception de manuels électroniques en mathématiques, dans une partie consacrée à l'histoire des manuels. Cette étude de l'emploi des mots surface, superficie et aire montre l'évolution de l'exigence de rigueur du vocabulaire mathématique et conduit à s'interroger sur le sens des mots utilisés.

I. DEFINITION DES MOTS

Ni l'histoire de ces trois mots (surface, superficie, aire), ni leurs définitions dans un dictionnaire ne permettent de leur donner un sens mathématique précis (et exclusif).

1. Alain Rey: dictionnaire historique de la langue française

Aire :

- XI^{ème} siècle (d'abord masculin)
- Issu du latin *area* qui (parmi d'autres sens) signifie abstraitement superficie.
- Dans le domaine non agricole, attesté au XIII^{ème} siècle en géométrie pour "superficie d'une figure".

Superficie :

- Emprunté (vers 1200) au latin classique *superficies*, de *super* (en-dessus) et *facies* (forme extérieure), donnera, par ailleurs, le français "surface".
- Reprend en géométrie le sens latin de surface d'un corps considéré dans son étendue et dans son caractère extérieur (1564).

Surface :

- 1378, d'après le latin *superficies*.
- 1690, face extérieure d'un corps envisagé sous le rapport à sa mesure.
- 1691, figure à deux dimensions.

2. Dictionnaire Larousse, 3 volumes (édition 1966)

Aire :

- En mathématiques: portion de surface, nombre qui exprime l'étendue de cette portion de surface.

Superficie :

- Etendue, mesure de la surface d'un corps et spécialement d'un terrain.

Surface:

- Ensemble des points limitant une portion de l'espace (s'emploie parfois pour désigner l'étendue de la surface indépendamment de sa forme à la

place des mots aire et superficie qui désignent particulièrement la mesure de la surface).

II. MANUELS CONSULTÉS

1. 1885 : P. Leyssenne, *La deuxième année d'arithmétique* (33^{ème} édition) A. Colin
2. 1899 : P. Leyssenne, *La troisième année d'arithmétique* (8^{ème} édition) A. Colin
3. 1902 : Grandgaignage et Reclus, *Arithmétique*, Delagrave
4. 1904 : C. Bourlet, *Cours abrégé d'Arithmétique*, Hachette
5. 1906 : E. Cazes, *Géométrie Algèbre, cours supérieur*, Delagrave
6. 1909 : P. Leyssenne, *Nouveau cours supérieur*, A. Colin
7. 1925 : E. Réau, *Arithmétique*, Delagrave
8. 1929 : Royer et Court, *Arithmétique, cours supérieur*, A. Colin
9. 1934 : X. et O. Mortreux, *Arithmétique pratique et raisonnée, cours supérieur*, Belin
10. 1938 : Leconte, Itard, *Arithmétique*, A. Colin
11. 1942 : Pugibet, Adam, Gason, *Arithmétique, Certificat d'études primaires*, A. Colin
12. 1947 : Lebossé, Hémerly, *Arithmétique et dessin géométrique, classe de sixième*, Fernand Nathan
13. 1959 : Théron, Cossard, *Math. sixième*, Bordas
14. 1963 : Cluzel, Nicolas, *T.P. et leçons, Math. sixième*, Delagrave
15. 1966 : *Arithmétique, classes du second degré*, Editions Ligel
16. 1969 : BREDIF *Livre sixième*, Hachette
17. 1970? : Thirioux, Sanchez, Domain, *Mathématique contemporaine, sixième*, Magnard
18. 1970 : Bal, Humarel, Moulins, *Activités mathématiques sixième*, Masson
19. 1977 : A. Mauguin, *Mathématiques, classe de sixième*, ISTR
20. 1977 : P. Louquet, *Math. sixième*, A. Colin
21. 1977 : *Math. sixième*, Bordas
22. 1981 : Deledicq et Cassave, *Faire des mathématiques*, Cedic
23. 1986 : Bareil, Zehren, *Math. sixième*, Hachette
24. 1996 : Chapiron, Mante, Mulet-Marquis, Pérotin, *Math. 6^{ème}, collection Triangle*, Hatier

III. MANUELS UTILISANT UN SEUL DE CES MOTS

Les manuels étudiés (publiés entre 1885 et 1996) utilisent pour les uns seulement le mot "surface" (1906, 1925, 1942), pour d'autres seulement le mot "aire" (1969, 1996). Aucun n'utilise exclusivement "superficie".

1. Le mot "surface"

1906 : E. Cazes, *Géométrie Algèbre, cours supérieur*, Delagrave

On appelle surface d'une figure plane la portion de plan limitée par le contour de cette figure.

- RECTANGLE. La surface d'un rectangle s'obtient en multipliant la longueur par la largeur

1925 : E. Réau, Arithmétique, Delagrave

- La surface est l'étendue limitée par des lignes.
- Pour mesurer une surface, on la compare à une autre surface prise comme unité [...]
- L'unité principale de mesure des surfaces est le mètre carré.
- Les unités de surface [...]

Dans ces deux ouvrages, "surface" est à la fois l'objet géométrique, la grandeur, et le nombre exprimant la mesure de cette grandeur.

1942 : Pugibet, Adam, Gason, Arithmétique, Certificat d'études primaires, A. Colin

- Unités de surface
- On demande de calculer la surface [...]
- Faites la somme en ares des surfaces suivantes [...]
- Ne pouvez-vous pas déduire la règle de calcul de la surface du carré de celle du rectangle ?
- Construisez un rectangle ayant 26 cm² de surface et large de 4 cm.

Ici, le mot "surface" désigne le résultat de la mesure (et implicitement la grandeur) mais jamais l'objet géométrique qui est désigné par rectangle, carré, etc.

2. Le mot "aire"

1969 : Bredif Livre

Apparition du mot "domaine"

- A tout domaine plan, pour un quadrillage donné, on associe un nombre unique. Ce nombre caractérise l'aire du domaine; il est appelé mesure de l'aire du domaine lorsque [C] est le domaine carré d'aire unité.
- Le contour D détermine le domaine [D] dont la mesure de l'aire est |D|.
- Aires de même mesure, aires égales, domaines de même aire.
- "Avoir même aire" est une relation d'équivalence.
- $S = a \times b$, (pourquoi S?)

1996 : Chapiron, Mante, Mulet-Marquis, Pérotin, Math. 6 ème, collection Triangle, Hatier.

Ici, c'est le mot "figure" qui permettra de ne pas utiliser le mot "surface".

- Aire d'une figure.
- L'aire du rectangle est 3,68 cm².
- La mesure de l'aire dépend de l'unité choisie (aire et mesure de l'aire sont assimilées)
- ex. 64 p.212: Quelle surface de rangement faut-il prévoir pour une maison de 125 m²?
- ex. 65: Quelle superficie peut-on couvrir avec un rouleau de 33 m de long? (il s'agit de ruban adhésif)
- ex. 70: Quelle est la superficie du champ de tournesol ?

Dans ces deux manuels, le mot "surface" est soigneusement évité ("domaine" dans l'un et "figure" dans l'autre désignent les objets géométriques), il apparaît toutefois incidemment

dans le S de $S = a \times b$ de l'un et dans les exercices de l'autre (ainsi que superficie) et désigne, en fait, l'aire telle que les auteurs l'ont définie.

IV. MANUELS UTILISANT DEUX DE CES MOTS

Certains manuels utilisent deux des trois mots : "surface" et "superficie" (1909, 1934), "surface" et "aire" (1899, 1929, 1977, 1981, 1986). Aucun n'utilise seulement "aire" et "superficie".

1. Les mots "surface" et "superficie"

1909 : P. Leysse, Nouveau cours supérieur, A. Colin,

- Mesures de surface ou de superficie (les mots semblent ici désigner des notions de même nature)
- On peut distinguer trois groupes dans les mesures de surface: les mesures de superficie proprement dites, les mesures agraires et les mesures topographiques.
- Les mesures de superficie proprement dites servent à évaluer les surfaces de peu d'étendue (menuiseries, cour, jardin, terrain à bâtir...)
- Les mesures agraires servent à évaluer la surface des champs, des bois, des vignes...
- Les mesures topographiques sont les mesures employées pour les grandes superficies (contrées, partie du monde, terre entière)

Surface et superficie désignent à la fois la grandeur à mesurer et la mesure (pas de terme spécifique pour désigner l'objet géométrique) ; surface et mesure de surface sont équivalents. L'auteur distingue d'abord surface de superficie avec des considérations de "taille" (une superficie semble être une petite surface: surface d'un champ, superficie d'un jardin), mais on lit plus loin : "la France a actuellement (*en 1909*) une superficie de 536 891 kilomètres carrés".

1934 : X. et O. Mortreux, Arithmétique pratique et raisonnée, cours supérieur, Belin

- Pour mesurer les surfaces...
- Trouver la surface d'un rectangle...
- Un jardin carré a 1 ha. de superficie...
- Les surfaces de trois pièces de terre sont: 1 ha. 3 a; 15 ca. ; 75 a. 3 ca. ; 1 ha. 24 a. 92 ca.

Ici encore les deux mots ont la même signification, ils désignent à la fois la grandeur et sa mesure ; dans le cours, seul le mot "surface" est utilisé, quand il s'agit de terrains l'auteur utilise "superficie" ou "surface" (avec une fréquence très supérieure de "superficie"), quand il ne s'agit pas de terrains (ce qui est rare !) on trouve systématiquement "surface": *surface d'une feuille de papier, surface d'un tapis...*

2. Les mots "surface" et "aire"

1899 : P. Leysse, La troisième année d'arithmétique (8ème édition) A. Colin,

Titre du chapitre: DES AIRES

- Mesurer une surface, c'est chercher le rapport de cette surface à l'unité de surface...
- La mesure d'une surface se nomme une aire.

- L'aire d'un rectangle est égale au produit de sa base par sa hauteur.
- $S = B \times H$

1929 : Royer et Court, Arithmétique, cours supérieur, A. Colin

Surface et aire. Une surface est une figure géométrique [...] L'aire est le nombre qui exprime la mesure des surfaces avec les unités du système métrique [...]

1977 : P. Louquet, Math. sixième, A. Colin,

- Aire d'une surface plane
- [...] La mesure de la surface de M est 1, ou l'aire de M est 1.

1977 : Math. sixième, Bordas,

On appelle aire d'une surface avec une unité donnée sa mesure exprimée avec cette unité.

1981 : Deledicq et Cassave, Faire des mathématiques, Cedic,

- Deux surfaces superposables ont même aire.
- p. 181: Mesurage des aires.
- p. 182: Calcul de la mesure des surfaces polygonales
- $S = a \times b...$

L'aire semble ici une classe d'équivalence (pour la relation "est superposable à" dans l'ensemble des surface). Elle apparaît comme une grandeur mesurable. Une ambiguïté demeure cependant car on mesure des aires, mais aussi des surfaces ! Le nombre exprimant la mesure est, de plus, souvent noté S.

1986 : Bareil, Zehren, Math. sixième, Hachette.

Par abus de langage, pour simplifier, nous dirons souvent "aire coloriée" pour "aire de la surface coloriée".

Dans ces quatre ouvrages, sur près d'un siècle, apparaît la même volonté de distinguer la surface "objet géométrique" et l'aire "nombre suivi d'une unité" ou "grandeur mesurable" (1986)

V. MANUELS UTILISANT LES TROIS MOTS

Enfin, quelques auteurs utilisent les trois mots en leur accordant des sens divers d'un manuel à l'autre et parfois à l'intérieur d'un même manuel.

1904 : C. Bourlet, Cours abrégé d'Arithmétique, Hachette,

- Le mètre carré est la surface d'un carré de un mètre de côté.
- On désigne souvent la mesure d'une surface sous le nom d'aire de cette surface. Pour mesurer une aire plane...
- Mesures de surfaces (paragraphe 3 du chapitre "Système métrique")
- Mesures des aires (paragraphe 3 du chapitre "Longueurs, aires et volumes")
- Mesures agraires [...] où l'on mesure la superficie d'un champ, d'une prairie ou d'un bois...
- L'aire d'un rectangle est égale au produit des mesures de ses deux dimensions.
- Un champ rectangulaire a 250 mètres de long sur 35 mètres de large. Quelle est sa surface ?

Les trois mots, dans cet ouvrage, semblent synonymes (superficie étant privilégié dans la plupart des situations de type agricole) : on "mesure des surfaces", on "mesure des aires", on "mesure des superficies". Ils ont également deux sens : ce que l'on mesure et le résultat de la mesure.

1938 : Leconte, Itard, Arithmétique, A. Colin,

- Chapitre VII: Aires ou surfaces.
- Une aire, ou une surface, est une portion de plan limitée par une ligne fermée qui est son périmètre.
- Unités d'aire [...] Mesure des aires.
- Aire d'un carré de côté quelconque. [...] le produit de ce nombre par lui-même donne la surface du carré...
- On a employé 500g de peinture pour peindre une surface de 6 m². Quel poids de peinture sera nécessaire pour une superficie de 15 m² ?

Dans le cas de ce manuel, les trois mots sont totalement interchangeables et la polysémie s'est accrue : ils désignent à la fois l'objet géométrique (portion de plan), la grandeur mesurable (mesure des aires) et le résultat de la mesure (surface de 6 m²).

On trouve également le mot "contenance" : Une propriété rurale [...] dont les contenance sont 12^{ha}, 37 ; 429^a, 25 ...

1977: A. Mauguin, Mathématiques, classe de sixième, ISTR,

- Ces cinq surfaces appartiennent à la même aire ou ont la même aire...
- L'aire est une grandeur que l'on va mesurer
- La mesure de l'aire de la surface E, lorsque l'on prend comme unité d'aire celle de la surface A est 5
- Mesures agraires: le plus souvent, on exprime l'aire ou superficie, des terrains, champs, bois ...

L'auteur distingue l'objet (surface), la grandeur mesurable (aire) et sa mesure. Superficie est synonyme d'aire dans les cas de "type agricole".

Dans les exercices, cependant, il n'y a plus de distinction entre l'aire et sa mesure:

- Calculez cette aire.
- Quelle est l'aire de chaque parcelle ?

On trouve également (p. 169, ex 25.24) : Quelle est la surface maximale que pourraient occuper leurs maisons?

1970 (?): Thirioux, Sanchez, Domain, Mathématique contemporaine, sixième, Magnard.

Ici intervient de façon non marginale un quatrième mot: "étendue".

AIRES I. Superficie d'une surface.

- Les surfaces peuvent être classées. Chaque classe est une superficie.
- Deux surfaces aussi étendues sont éléments de la même superficie

II. Mesure des superficies.

- Une unité de superficie est choisie.
- Le nombre correspondant à chaque surface est l'aire de cette surface.
- Deux surfaces éléments de la même superficie ont la même aire.
- La mesure d'une superficie est l'aire de toutes les surfaces de cette superficie.
- L'unité d'étendue est à nouveau celle du carreau rouge.

Dans l'ensemble des surfaces, pour la relation d'équivalence "est aussi étendu que", chaque classe est une superficie. Les superficies sont des grandeurs mesurables, leur mesure est une aire. Trois mots pour trois notions.

Dans les exercices, les mots "aire" et "superficie" sont souvent synonymes :

La superficie d'une surface est 1 dam^2 celle d'une autre surface est 10 m^2 . Quelle est, en m^2 , la différence des aires de ces deux surfaces ?