

MÉTHODES NUMÉRIQUES ET INCERTITUDES EN TERMINALE SCIENTIFIQUE ARTICULATION ENTRE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Adeline DUCATÉ

Professeur de physique–chimie

Lycée Marcel Pagnol, avenue de la Terrasse, 91205 ATHIS-MONS

Bernadette CAZAUX

Professeur de mathématiques

Lycée Marcel Pagnol, avenue de la Terrasse, 91205 ATHIS-MONS

1. Introduction

Depuis quelques années, avec le développement de l'outil informatique dans l'enseignement des sciences physiques, les élèves de lycée utilisent des méthodes numériques pour la modélisation et la confrontation modèle / mesures : dérivation numérique, optimisation d'un modèle, résolution numérique d'une équation différentielle. En Terminale S, avec les nouveaux programmes de physique, l'utilisation de ces outils devient incontournable [Beaufils & Journeaux 90]. Ainsi, par exemple en mécanique :

- à partir des coordonnées x et y des positions d'un point mobile, les élèves calculent les coordonnées V_x et V_y du vecteur vitesse par dérivation numérique,
- dans le cas des oscillateurs, l'étude théorique aboutit généralement à des équations différentielles que les élèves ne savent pas ou ne peuvent pas résoudre.

Il nous paraît donc indispensable d'assurer l'acquisition d'une connaissance minimale permettant de comprendre les outils et de résoudre les problèmes qui peuvent se poser [Beaufils & Richoux 96], comme, en particulier :

- le calcul des valeurs extrêmes dans une dérivation numérique sur points expérimentaux,
- l'introduction des conditions initiales pour obtenir la résolution d'équations différentielles,
- le choix de premières valeurs de paramètres dans une procédure d'optimisation de modèle,
- la compréhension des informations relatives aux incertitudes fournies par certains logiciels.

Le professeur de physique pourrait vouloir intégrer à son cours l'enseignement des méthodes numériques utilisées, mais l'expérience montre que les élèves ont l'impression qu'il s'agit alors d'un "bricolage de physicien". En mathématiques, en effet, la dérivation, l'intégration, la résolution d'équations différentielles sont traitées analytiquement ; et pour que les élèves puissent comprendre la différence, mais aussi la complémentarité, des calculs analytique et numérique, il nous est apparu nécessaire de donner plus de cohérence à l'enseignement de nos deux disciplines en articulant les cours de mathématiques et de physique.

La principale difficulté réside dans l'introduction et la prise en compte des incertitudes [Beaufils & Richoux 97] qui demandent une connaissance d'outils statistiques qui ne sont pas au programme de mathématiques de terminale S¹.

¹ Mais qui sont au programme de seconde, et des sections L et ES...

L'élaboration d'une progression (incluant des phases d'évaluation) dans l'introduction des méthodes numériques en cohérence avec les programmes de physique et de mathématiques est le fruit d'un travail de trois années de professeurs des deux disciplines au lycée Marcel Pagnol à Athis -Mons dans le cadre d'une recherche INRP².

Pour la clarté de l'exposé, le schéma général de la progression en Terminale S, mettant en évidence l'articulation maths-physique, est présenté dans une première partie, tandis que les modalités d'évaluation formative des élèves sont détaillées dans une seconde partie. L'attention sera portée en conclusion sur l'intérêt d'une telle pluridisciplinarité et sur la proposition d'une progression sur l'ensemble des deux années de Première et Terminale scientifiques.

2. Le schéma de progression en Terminale S et l'articulation mathématiques-physique

Le schéma de progression suivant est présenté essentiellement dans l'articulation mathématiques-physique sur lequel il repose.

2.1 Dérivation numérique

Cours de maths : la dérivation numérique

Introduction de la méthode de la dérivation numérique à partir du calcul d'une vitesse.

TP de physique : Étude cinématique d'une chute libre

Acquisition des mesures de t, h et v. Calcul de dh/dt par dérivation numérique et comparaison entre dh/dt et les mesures de v.

Première modélisation de v(t) par une fonction affine : ajustement manuel des paramètres pour que la droite modèle passe au mieux entre les points expérimentaux.

2.2 Modélisation à l'aide d'une fonction avec détermination de paramètres par optimisation

Cours de physique : introduction de l'écart quadratique moyen et de sa minimisation

Reprise de l'analyse de v(t) : introduction de l'écart quadratique moyen

$$J = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} [v_i - (at_i + b)]^2$$

Minimisation de cet écart : utilisation du logiciel CHUTE et du fichier de mesures réalisé au TP précédent pour estimer les valeurs de a et de b en utilisant le calcul de J proposé par le logiciel (J minimum).

TD de maths : étude de l'écart quadratique moyen

Minimisation de l'écart quadratique J dans le cas particulier où la droite d'ajustement passe par l'origine (modèle linéaire à 1 paramètre).

² Caractérisation et évaluation des activités expérimentales utilisant des moyens informatisés (resp. D. Beaufiles).

Étude de la fonction $J(a) = \alpha a^2 - \beta a + \gamma$.
 Exercice avec EXCEL à partir des mesures (t_i, v_i) obtenues en TP de physique : calcul de α, β, γ ; calcul de la valeur a_0 de a minimisant J .
 Minimisation de J dans le cas d'un modèle affine : présentation de la méthode.

TP de Physique : Étude du mouvement d'un solide sur un plan incliné
 Réinvestissement : utilisation d'un logiciel permettant la modélisation avec recherche automatique de paramètres par optimisation (type Regressi).
 Observation : les paramètres calculés sont donnés avec un intervalle d'incertitude. Les élèves doivent en déduire le nombre de chiffres significatifs.

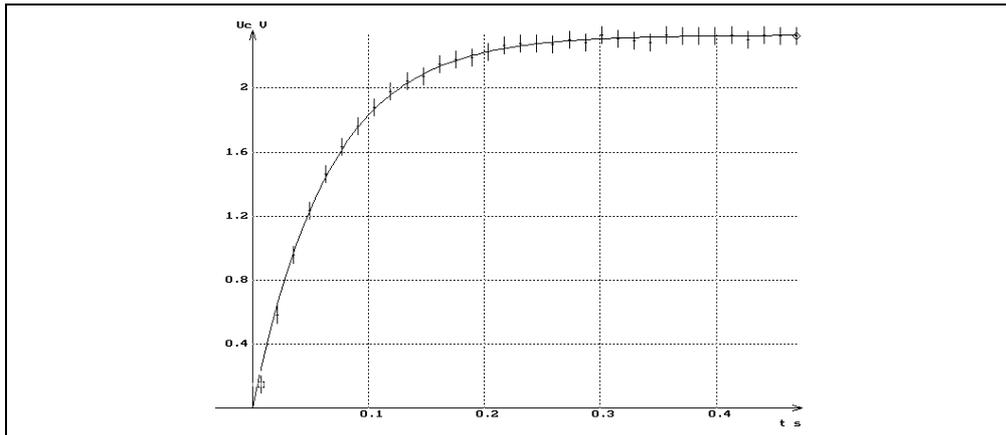
TP de Physique : Étude du mouvement d'une balle entre deux rebonds
 TP évaluation (voir plus loin)

2.3 Incertitudes sur les mesures

TP de physique : la prise en compte des incertitudes pour la mesure de la période d'un pendule
 Réflexion sur les incertitudes aléatoires de mesures et leur estimation : en répétant plusieurs fois la mesure de la période d'un même pendule, on est amené à introduire l'étendue de l'incertitude sur une mesure.
 La modélisation de la courbe expérimentale donnant la période T en fonction de la longueur l permet de mettre en évidence une incertitude sur les paramètres de la modélisation.

Cours de maths : des outils statistiques pour l'estimation des incertitudes dans les mesures en physique
 Parallèle entre les notions d'espérance et d'écart-type vues en probabilités et celles de moyenne et d'écart-type.
 Introduction des outils statistiques permettant d'estimer la moyenne d'une population à partir d'un échantillon de N valeurs. Estimation ponctuelle. Intervalle de confiance.
 Application numérique avec une série de vingt mesures de la même période d'un pendule pour concrétiser la théorie.

TP physique : Analyse d'une acquisition de données : charge d'un condensateur
 Cas où il n'est pas possible de refaire plusieurs fois la même mesure. Avec une modélisation et l'observation des écarts entre les points expérimentaux et les points de même abscisse de la courbe modèle, on estime l'incertitude sur chaque mesure. On remarque que l'incertitude sur la mesure d'une grandeur entraîne une incertitude sur les paramètres d'une modélisation.



Cours de maths : lien entre l'écart quadratique moyen et écart-type

Constatation de l'analogie formelle entre l'écart quadratique J et le carré de l'écart-type σ^2 .

2.4 Résolution numérique d'équations différentielles

Cours de physique :

Établissement de l'équation différentielle donnant la tension aux bornes d'un condensateur au cours de sa décharge dans une résistance.

Cours de maths :

Introduction des équations différentielles du premier ordre à second membre nul et leurs solutions analytiques.

Exercice d'application sur la décharge d'un condensateur dans une résistance.

Cours fait en commun par les deux professeurs de mathématiques et de physique :

Introduction de la méthode d'Euler pour la résolution numérique d'une équation différentielle du premier ordre.

Application à l'étude de la décharge d'un condensateur. Comparaison entre la courbe de la solution analytique obtenue en mathématique et la courbe tracée à partir des points calculés par résolution numérique. Importance du pas du calcul.

TP de physique : Réponse d'une portion de circuit RL à un échelon de tension

Acquisition automatique de mesures et confrontation entre le graphe expérimental et la courbe obtenue par résolution numérique de l'équation différentielle du circuit (du premier ordre).

Ajustement des paramètres de la modélisation (résistance du circuit).

TP de physique : oscillateurs amortis

(TP évaluation : voir deuxième partie)

TP de physique : modélisation des oscillateurs

En faisant varier les paramètres d'un oscillateur, possibilité de retrouver tous les régimes rencontrés en cours d'année. (logiciel Graph'X)

Allure des oscillations non linéaires (Van der Pol)

3. L'évaluation des acquis des élèves

La progression présentée ci-dessus nécessite de contrôler l'acquisition par les élèves de certains savoirs et savoir-faire que l'on considère comme importants. L'objectif n'est pas ici de présenter une réflexion générale sur les compétences exigibles³, mais de montrer la possibilité d'une procédure d'évaluation formative qui s'inscrit dans la progression. Ci-dessous nous explicitons quelques évaluations : situation support et compétences visées.

3.1 À propos de la dérivation numérique et de l'optimisation du modèle

L'évaluation est faite au cours du TP *Étude du mouvement d'une balle entre deux rebonds*. Les élèves relèvent les positions (x_i, y_i) et exploitent ensuite leurs mesures avec le logiciel dont ils ont acquis la maîtrise⁴. Les connaissances et compétences ainsi mises en jeu à l'occasion de ce TP sont les suivantes :

Dérivation numérique

Savoir-faire : calculer v_x et v_y par dérivation numérique.

Savoir : expliquer la méthode utilisée.

Modélisation par une courbe théorique avec optimisation du modèle :

Savoir-faire : utiliser les représentations graphiques de $v_x(t)$ et $v_y(t)$ et leur modélisation pour déterminer la nature du mouvement et les coordonnées du vecteur accélération.

Savoir : le principe de la méthode permettant d'évaluer les paramètres de la modélisation et savoir exprimer correctement les résultats.

3.2 À propos des incertitudes et de leur traitement statistique

L'évaluation de cette partie est en cours d'expérimentation. En début d'année, l'ensemble des élèves de terminale S a répondu à un questionnaire portant sur la dispersion des mesures et sur la modélisation d'une série de mesures. En fin d'année, le même questionnaire sera proposé aux élèves ayant suivi l'enseignement correspondant.

3.3 À propos de la résolution numérique des équations différentielles

L'évaluation est faite au cours du TP *Les oscillateurs amortis*. Afin de vérifier la bonne compréhension de la méthode qui a été introduite pour une équation différentielle du premier ordre avec une condition initiale, il est alors demandé aux élèves de trouver l'organisation des calculs pour une équation différentielle du second ordre avec deux conditions initiales.

4. Conclusion

La progression que nous avons présenté a nécessité au préalable de confronter les objectifs des programmes de mathématiques et de physique de terminale S et de définir des champs d'investigation communs. À partir de là, un travail de coordination, respectant la cohérence des enseignements des deux matières, a pu être mis en place. La première année, nous nous sommes davantage intéressés aux méthodes numériques puis nous avons travaillé sur la modélisation et les incertitudes. Notre démarche a évolué et évoluera encore car certains points restent à améliorer.

³ Voir "évaluation des savoirs et savoir-faire associés à l'utilisation de moyens informatisés dans les classes scientifiques de lycée", H. Richoux, dans ces mêmes actes.

⁴ Logiciels utilisés : IMAGE (INRP-CNDP) et REGRESSI (Micarelec).

Même si la tâche a paru lourde au départ, après trois années d'expérience nous pensons, non seulement que cette coordination est possible sans trop amputer sur le temps de préparation à l'examen, mais encore qu'elle renforce la cohérence de l'enseignement scientifique en terminale et prépare mieux les élèves à de futures études scientifiques.

Pour les élèves, ce travail en pluridisciplinarité, les aide à passer de la théorie à l'application et à mieux comprendre certaines méthodes qu'ils utilisent. Réciproquement, l'application de méthodes numériques de dérivation, d'intégration ou de résolution d'équation différentielle sert de support à l'apprentissage en mathématiques et contribue à mieux faire apparaître l'intérêt de ces notions difficiles.

Il nous paraît souhaitable que les programmes de mathématiques et de physique évoluent vers une meilleure cohérence. Il est dommageable, en particulier, que les élèves des classes scientifiques de lycée ne fassent pas de statistiques. Notre expérimentation montre que, dans le cadre d'un travail pluridisciplinaire, l'acquisition des méthodes pourrait être répartie sur deux ans. En première S, figureraient ainsi la dérivation numérique, la modélisation et le traitement statistique des incertitudes. La terminale S permettrait le réinvestissement des méthodes ainsi acquises et d'introduire la résolution numérique des équations différentielles.

5. Références bibliographiques

[Beaufils & Journeaux 90] Beaufils D., Journeaux R., *Physique et informatique - une approche programmatique*, CARFI de Versailles, n°25, 1990.

[Beaufils & Richoux 96] Beaufils D., Richoux H., *Intégration de l'ordinateur outil d'investigation scientifique dans l'enseignement des sciences physiques au lycée*, INRP Paris, 1996.

[Beaufils & Richoux 97] Beaufils D., Richoux H., Régression linéaire et incertitudes expérimentales, *BUP* n°91, 1997, 1361-1376.