

# AVEC NOS ELEVES

## Un naufrage pour un problème de longitude

Marie-Agnès Lahellec

**Résumé:** Voici encore un petit problème "clefs en main" pour la rentrée scolaire. De quoi rappeler aux élèves les dangers de l'ignorance quand on navigue. Ce texte avait été publié il y a sept ans dans les Cahiers Clairaut.

### Problème

Voici un texte tiré du livre « Les découvreurs » de Daniel Boorstin (Robert Laffont)

*En 1707, toute une flotte anglaise avait sombré sur les rochers des îles Scilly, à moins de quarante milles des côtes....À l'époque la plus glorieuse de la Royal Navy, la perte accidentelle et non au combat, de tant de marins si près de leur port d'attache était une grave humiliation.....Deux éminents mathématiciens déclarèrent publiquement que la catastrophe aurait pu être évitée si seulement les marins n'avaient pas été aussi ignorants de la longitude...Sous le choc des événements, le Parlement adopte en 1714 une loi offrant une récompense à quiconque découvrirait un moyen pour déterminer la longitude en mer. ....L'heureux gagnant en fut John Harrison ....*

*En 1761, son modèle d'horloge n°4 parut bien au point. Au bout d'un voyage de neuf semaines à la Jamaïque, l'horloge n'accusait que cinq secondes de retard, soit 1,25 minute de longitude, ce qui était bien en deçà des trente minutes maximales autorisées par le Parlement.*

1. Le mille marin est la distance séparant deux points d'un même méridien dont les verticales font un angle de  $1,0'$  entre elles.

Faites un schéma exprimant la définition. Donner la longueur du méridien terrestre en milles marins.

2. Le rayon de la Terre vaut  $6,4 \cdot 10^3$  km. Donner la valeur du mille marin en m.

En déduire la distance du lieu de naufrage aux côtes en km.

3. Expliquer comment une mesure de temps permet de déterminer une longitude et dire de quel temps il s'agit.

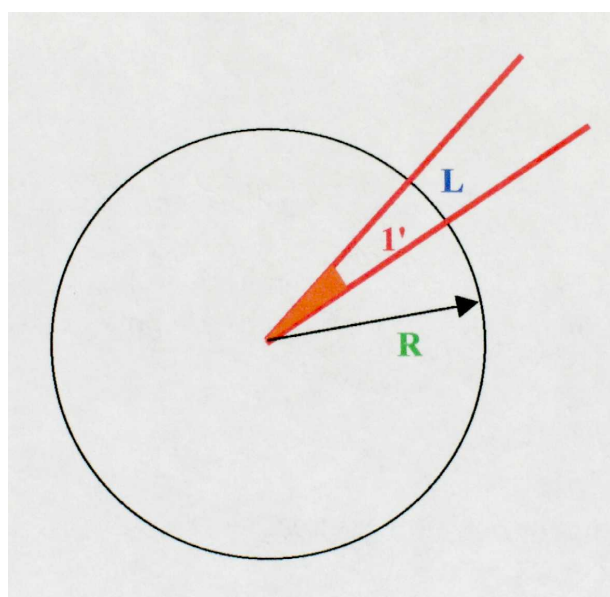
4. Vérifier l'assertion : "cinq secondes de retard, soit 1,25 minute de longitude".

5. Quelle erreur sur la position du bateau au bout de neuf semaines ces cinq secondes de retard induiraient-elles ?

### Corrigé

1. On représente un méridien terrestre.

Le mille marin est la longueur de l'arc intercepté par un angle au centre d'une minute, le schéma n'est pas du tout à l'échelle.



La longueur du méridien terrestre correspond à un angle au centre de  $360^\circ$  soit  $360 \times 60' = 21\,600'$

La longueur du méridien terrestre est donc  
 $L = 21\,600$  milles marins

2. La longueur du méridien terrestre :  $L = 2 \pi R$ .

$L = 4,02 \cdot 10^7$  m Donc **un mille marin** vaut  $4,02 \cdot 10^7 / 21\,600 = 1,86 \cdot 10^3$  m

Le naufrage a eu lieu à quarante milles des côtes soit à **74 km des côtes**.

3. On détermine l'heure de passage du Soleil au méridien du lieu où se trouve le bateau.

Si l'on a un "gardien du temps" c'est-à-dire une horloge qui conserve l'heure du méridien de Greenwich, on a la mesure du décalage horaire entre les deux méridiens et donc la longitude (1h de décalage horaire correspond à  $15^\circ$  de longitude).

Remarque : la détermination de la latitude ne posait pas de problème. On la calculait à partir de l'angle entre l'horizon et la direction du soleil au passage au méridien.

4. Faisons un tableau de correspondance

<b>temps</b>	60 min	60 s	une seconde	<b>5 secondes</b>
<b>longitude</b>	$15^\circ$	15'	$15/60 = 0,25'$	<b>1,25'</b>

5. On a une erreur de 1,25 mille marin sur la position du bateau soit 2,3 km.

C'est assez remarquable : en 9 semaines l'erreur de positionnement du bateau due au retard de l'horloge

est très faible. La précision donnée dans le texte concerne la route du bateau à l'équateur, car on suppose une incertitude de 5 secondes.

En effet, en supposant une recherche de position pour un parallèle donné, l'incertitude en distance dépend de la latitude par la formule suivante où  $\Delta\theta$  est l'erreur en longitude :

$$\Delta d = R_{\text{parallèle}} \Delta\theta \text{ (radian)}$$

$$\text{Avec } R_{\text{parallèle}} = R_T \cos(\text{latitude}).$$

### Notes :

1. L'orthodromie (de *ορθος*, droit et *δρομος*, course) est le terme de navigation pour ce que les géomètres appellent géodésiques (ligne de longueur minimale entre deux points) ; malheureusement on démontre qu'il n'existe aucune carte isométrique.

2. La loxodromie (*λοξος*, oblique) désigne une trajectoire à cap constant (ce qui présuppose une carte, c'est-à-dire sur la surface, un réseau de courbes (méridiens et parallèles)). Elle fut fort utilisée sur des cartes basées sur la projection de Mercator, car les loxodromies y sont représentées par des droites (cette projection est "conforme", elle conserve les angles).

3. Comme la Terre est plutôt un ellipsoïde qu'une sphère, la définition que l'on trouve pour le "mille marin" ou "nautique" est : 1' de longitude à la latitude  $45^\circ$ .



Χεφ, ιε κροις χε ον  
 εστ ον πευ τροπ πρες  
 δε λα κωτε <sup>1</sup>

1) "Chef je crois qu'on est un peu trop près de la côte !" Photo G. Paturel